



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
المدرسة الوطنية العليا للمناجم والمعادن - عمار العسكري - عنابة
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES ET DE LA METALLURGIE
AMAR LASKRI- ANNABA

Département Génie Minier

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du Diplôme d'INGENIEUR
En Génie Minier

Thème

**Estimation des réserves et mise en évidence du
biais conditionnel dans la mine de phosphate de
kef Essennoun**

Présenté par : **Ameur BOULARAS**
Said KAINNOU

Encadré par : **Hamza CHENIETI**

Jury de Soutenance

Dr. Samah HABES

MCA, ENSMM-Annaba

Président

Dr. Imene AICHOURI

MCA, ENSMM-Annaba

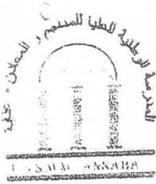
Examineur

Dr. Hamza CHENITI

MCA, ENSMM-Annaba

Encadreur

Juillet 2021



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Supérieure des Mines et de la Métallurgie

Département Génie Minier

AUTORISATION DE DEPOT FINAL DU
MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Je soussigné (e) M. *me Habes Drici Saoud*.....
Président(e) du jury de soutenance de mémoire de fin d'études (MFE), déclare
avoir autorisé l'ingénieur d'état M. *Boularas Ameur*.....
à déposer son mémoire de fin d'études après avoir apporté les corrections
signalées par les membres du jury.

Avis du Promoteur :

A. f. 

Avis de l'Examineur :

A. f. 

Président du Jury


الدكتورة *حاملات*



Département Génie Minier

AUTORISATION DE DEPOT FINAL DU
MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Je soussigné (e) M. me Habes Drici Saoud.....
Président(e) du jury de soutenance de mémoire de fin d'études (MFE), déclare
avoir autorisé l'ingénieur d'état MR. Rainnou Saïd.....
à déposer son mémoire de fin d'études après avoir apporté les corrections
signalées par les membres du jury.

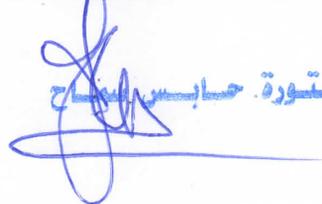
Avis du Promoteur :

A. F. 

Avis de l'Examineur :

A. F. 

Président du Jury


الدكتورة حابس الحاج

Remerciements

Au terme de ce travail, nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant, le miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience nécessaire en vue d'accomplir ce modeste travail.

*Nos remerciements et respect vont vivement, à notre encadreur de recherche, **Dr. CHENITI Hamza**, maitre de conférences (A) pour ses conseils précieux, ses remarques pertinentes et sa patience tout au cours de la rédaction de notre mémoire. J'espère qu'on sera à la hauteur de vos attentes et de votre confiance.*

*Nos remerciements les plus sincères vont aux membres du jury : **Mm HABES Drici Sameh**, pour nous avoir fait l'honneur de présider le jury de ce mémoire, ainsi que **AICHOURI Imen**, qui nous font l'honneur de juger ce modeste travail.*

*Un grand merci pour le personnel du complexe minier de Djebel Onk en particulier **MR FARES Sofiane**, **MR Mohamed Ali**, **MR BELGHIT Ali**, et **MR DRISS Rabai**, qui malgré leurs multiples responsabilités ont été très disponibles pour nous expliquer.*

On remercie nos très chers parents, pour leur amour, tendresse, et d'avoir fait de nous ce que nous sommes aujourd'hui.

Nos dernières pensées, et non les moindres, vont à toutes les personnes qui à titres divers, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail.

Ameur et Said 2021.



Dédicace

En signe de respect et de reconnaissance je dédie ce modeste travail :

À la lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, celle qui m'a donné le symbole de tendresse, ma vie et mon bonheur ; maman que j'adore.

À celui qui n'a cessé de me procurer son aide durant mes années d'étude : mon père que j'aime.

À mes très chers frères et sœurs que dieu les garde.

À tous mes amis, À tous mes collègues et mes amis de la promotion BAC2016, À tous mes collègues et mes amis de la promotion CPST-ENPC 2016, À tous mes collègues et mes amis de la promotion Génie Minier 2018, À tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

A toute ma grande famille « Boularas ».

Ameur.



Dédicace

Je tien à dédier ce travail aux êtres les plus chers à mon cœur.

A celle qui a veillé des nuits pour mon bien être, à celle que j'adore ma géniale, tendre, affectueuse et sacrée mère.

A mon cher père qui m'a guidé vers les voies de la réussite.

A mes frères et mes sœurs. A ma grande famille et toutes mes proches.

*A mes amis de l'école ENSMM-Annaba, Je vous remercie vous m'avez aidé toujours à avancer, vous êtes tous des grands amis si gentils, merci d'être toujours près de moi, amis avec lesquelles je souris.
Merci d'être toujours là pour moi.*

Saïd

Résumé :

L'évaluation géostatistique des gisements est une étape primordiale dans le processus minier parce qu'elle est considérée comme le plus important outils des décisions stratégiques dans une mine, mais le tous dépendent de la qualité de l'estimateur.

Ce travail est divisé en deux parties, la première est une estimation des réserves de Kef Essennoun par une méthode d'interpolation classique « l'inverse des distances » et l'autre stochastique « le krigeage ordinaire ». La deuxième partie est une validation croisée entre les valeurs estimées par chacune des méthodes précédentes avec les teneurs vraies obtenues par analyse chimique au laboratoire. Le degré de similitude des valeurs estimées et des valeurs vraies nous renseigne sur la qualité de l'estimateur (l>IDW et le KO) et montre l'effet du biais conditionnel sur la qualité d'estimation.

Ce travail est fait à l'aide du logiciel SURPAC.

Mots clés : krigeage ordinaire, validation croisée, inverse des distances, biais conditionnel, SURPAC.

Abstract:

The geostatistical assessment of deposits is an essential step in the mining process because it is considered the most important tool of strategic decisions in a mine, but all depend on the quality of the estimator.

This work is divided into two parts, the first is an estimate of Kef Essennoun's reserves by a classical "inverse distance" interpolation method and the other is stochastic "ordinary kriging". The second part is a cross-validation between the values estimated by each of the preceding methods with the true contents obtained by chemical analysis in the laboratory. The degree of similarity of the estimated values and the true values tells us about the quality of the estimator (the IDW and the KO) and shows the effect of the conditional bias on the estimate quality.

This work is done using the SURPAC software.

Keywords: ordinary kriging, cross validation, inverse distance, conditional bias, SURPAC.

ملخص:

يعد التقييم الجواحصاءي للاحتياطات خطوة أساسية في عملية التعدين لأنه يعتبر أهم أداة للقرارات الإستراتيجية في المنجم ، ولكن جميعها تعتمد على جودة المقدر.

ينقسم هذا العمل إلى جزأين ، الأول عبارة عن تقدير لاحتياطات كيف السنون من خلال طريقة التقدير التقليدية " معكوس المسافة" ، والآخر عبارة عن "كريجاج عادي". الجزء الثاني هو المقابلة بين القيم المقدرة بواسطة كل من الطرق السابقة مع القيم الحقيقية التي تم الحصول عليها عن طريق التحليل الكيميائي في المختبر. تخبرنا درجة تشابه القيم المقدرة والقيم الحقيقية عن جودة المقدر (KO و IDW) وتوضح تأثير التحيز الشرطي على جودة التقدير.

تم هذا العمل باستخدام برنامج SURPAC.

الكلمات المفتاحية : الكريجاج العادي ، التحيز الشرطي ، عكس المسافات ، تصنيف الاحتياطي، SURPAC

Table des matières

Résumé :	i
Abstract	ii
Liste des figures	viii
Liste des tableaux	xii
Liste des abréviations	xiii
Introduction générale	1
Introduction générale	2
CHAPITRE I : Etude bibliographique	4
I.1. Pourquoi la géostatistique:	5
I.2. La géostatistique: définition et domaine d'application.	5
I.2.1. Définition	5
I.2.2. Domaine d'application	6
I.3. Théorie de la variable régionalisée, moments et stationnarité :	7
I.3.1. Définition	7
I.3.2. Moments	9
I.3.3. Hypothèse stationnaire	9
I.4. Les outils de modélisation de la structure spatiale :	10
I.4.1. La covariance stationnaire	10
I.4.2. Le variogramme	10
I.4.3. Le variogramme expérimental	11
I.4.4. Combinaison entre la covariance et le variogramme	12
I.4.5. Phénomène de transition, palier et portée	13
I.4.6. Comportement du variogramme théorique au voisinage de l'origine	13
I.4.7. Principaux modèles théoriques de variogramme	15
I.4.7.1. Modèles avec palier ou modèles de transition	15
I.4.7.2. Modèles sans palier	21
I.4.7.3. Modèles à effet de trou	22

Table des matières

I.5. Méthodes d'interpolation	23
I.5.1. L'interpolation déterministe :	23
I.5.1.1. L'interpolation déterministe globale	23
I.5.1.2. L'interpolation déterministe locale	25
I.5.2. Méthodes stochastiques (probabiliste)	30
I.5.2.1. Le krigeage	31
I.6. Conclusion :	36
CHAPITRE II : Présentation de la zone d'étude	37
II.1. Introduction	38
II.2. Situation géographique de Djebel Onk.....	38
II.3. Géologie régionale	40
II.3.1. Stratigraphie	40
II.4. Géologie du gisement de Kef Essennoun	45
II.4.1. Tectonique	45
II.4.2. Caractérisation des différents faciès lithologiques	46
II.5. Conclusion	47
CHAPITRE III : Estimation des réserves et biais conditionnel de l'IDW	48
III.1. Introduction	49
III.2. Aperçue sur les travaux d'exploration	49
III.3. Présentation du logiciel SURPAC	50
III.4. Création de la base des données	51
III.4.1. Affichage des trous de forage	53
III.5. La création du solide de gisement	54
III.5.1. La création des toits et murs des couches géologiques	54
III.5.2. Le remplissage du vide par le solide:	57
III.6. Création de modèle de bloc	57
III.6.1. Création du modèle de bloc vide	58
III.6.2. La saisie des attributs – propriétés	59

Table des matières

III.6.3. Application des contraintes au modèle du bloc	59
III.7. L'estimation des teneurs en P_2O_5 et en MgO par l'(IDW)	61
III.7.1. Carte des teneurs en P_2O_5 de la couche du phosphate	63
III.7.2. Carte interpolé des teneurs en MgO de la couche de phosphate	63
III.8. L'échantillonnage et les analyses chimiques.....	64
III.8.1. Le prélèvement des échantillons	64
III.8.2. Les analyses chimiques	66
III.9. La validation croisée entre les valeurs estimées et les valeurs vraies	71
III.9.1. Corrélacion entre les teneurs en P_2O_5 réelles et estimées	73
III.9.2. Corrélacion entre les teneurs en MGO réelles et estimées.....	76
III.9.3. Courbe de teneurs vraies et estimées en P_2O_5	79
III.9.4. Courbe de teneurs vraies et estimées en MgO	80
III.9.5. Courbe de teneurs vraies et estimées en P_2O_5 et MgO.....	80
III.10. Estimation des réserves du gisement de Kef Essennoun.....	81
III.11. Conclusion	81
CHAPITRE IV : Estimation des réserves et validation croisée des teneurs par krigeage	82
IV.1. Introduction	83
IV.2. Méthodologie de krigeage	83
IV.3. Analyse statistique et variographique	83
IV.3.1. Analyse statistique	83
IV.3.1.1. Histogramme des teneurs en P_2O_5	84
IV.3.1.2. Histogramme des teneurs en MgO	85
IV.3.1.3. Les différents paramètres statistiques	85
IV.3.2. Analyse variographique	86
IV.3.2.1. Le variogramme expérimentale	86
IV.3.2.2. Le variogramme expérimentale omnidirectionnelle	88
IV.3.2.3. Le variogramme expérimentale directionnelle	90
IV.3.2.4. La modélisation du variogramme expérimentale	92
IV.3.2.5. La carte de variogramme.....	93

Table des matières

IV.4. Le krigeage 3d	100
IV.4.1. Carte des teneurs en P_2O_5 de la couche de phosphate	101
IV.4.2. Variance de krigeage pour les épaisseurs de la couche médiane	102
IV.4.3. Carte des teneurs en MgO de la couche de phosphate	102
IV.5. La validation croisée entre les valeurs estimées et les valeurs réelles	103
IV.5.1. Corrélation entre les teneurs en P_2O_5 vraies et estimées.....	104
IV.5.2. Corrélation entre les teneurs en MgO réelles et estimées	108
IV.5.3. Courbe de teneurs vraies et estimées en P_2O_5	111
IV.5.4. Courbe de teneurs vraies et estimées en MgO	111
IV.5.5. Courbe de teneurs vraies et estimées en P_2O_5 et MgO	112
IV.5.6. La variance de krigeage	112
IV.7. Estimation des réserves du gisement de kef elsnoune	113
IV.8. Conclusion	113
Conclusion générale	114
Conclusion générale	115
Références Bibliographiques	116

Liste des figures

Chapitre I : Etude bibliographique

Figure I.1. Exemple de représentation d'une variable régionalisée.	8
Figure I.2. Les paramètres d'un variogramme.	13
Figure I.3. Différents comportements à l'origine du variogramme : (a) : comportement parabolique ; (b) : comportement linéaire ; (c) : comportement discontinu.	14
Figure I.4. Modèle sphérique : à gauche $a=0.15$; $m=1$; à droite $a=0.50$; $m=1$	16
Figure I.5. Modèle sphérique (représentation 2d) : à gauche $a=0.15$; $m=1$; à droite $a=0.50$ $m=1$	16
Figure I.6. Modèle sphérique (représentation 3d) : à gauche $a=0.15$; $m=1$; à droite $a=0.50$ $m=1$	17
Figure I.7. Modèle exponentiel : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$	17
Figure I.8. Modèle exponentiel (représentation 2d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. ..	18
Figure I.9. Modèle exponentiel (représentation 3d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. ..	18
Figure I.10. Modèle cubique (représentation 3d) : à gauche $a=0.15$; $m=1$; à droite $a=0.66$ $m=1$	19
Figure I.11. Modèle gaussien : à gauche $a=0.15$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$	20
Figure I.12. Modèle gaussien (représentation 2d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$	20
Figure I.13. Modèle gaussien (représentation 3d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$	21
Figure I.14. Modèle puissance d'exposant ($\Theta = 0, 5$).	21
Figure I.15. Modèle à effet de trou.....	22
Figure I.16. Exemple de découpage en cellules.	25
Figure I.17. Interpolation barycentrique par inverse des distances : application sur un champ d'observations.	26
Figure I.18. Interpolation barycentrique par inverse des distances : application sur un champ d'observations - représentation par courbes de niveau, vue de dessus.	27
Figure I.19. Interpolation par une surface de tendance d'ordre 2 : application sur un champ d'observations.	28
Figure I.20. Interpolation par une surface de tendance d'ordre 3 : application sur un champ d'observations.	28
Figure I.21. Interpolation par une surface de tendance d'ordre 5 : application sur un champ d'observations.	29
Figure I.22. Les différentes méthodes probabilistes.	30
Figure I.23. La différence entre l'estimation par le krigeage simple (SK) et ordinaire (OK).....	35

Liste des figures

Chapitre II : présentation de la zone d'étude

Figure II.1. Carte de situation géographique et géologique des gisements de Djebel Onk (D'après Prian et Cortial, 1993).	38
Figure II.2. Carte de situation géographique du complexe Djebel Onk (Google map).....	39
Figure II.3. Colonne stratigraphique de la région de Djebel Onk – Algérie orientale – (Cielensky et Benchernine, 1987).	44
Figure II.4. Répartition latérale des minerais T1, T2 et T3 dans le gisement de Kef Essennoun – Dj. Onk – Algérie Orientale (Mezghache et al., 2004).	47

Chapitre III : estimation des réserves et biais conditionnel de l'IDW

Figure III.1. Situation des sondages et tranchées du gisement de Kef Essennoun.	49
Figure III.2. L'icône de logiciel SURPAC ;	50
Figure III.3. L'interface de SURPAC.	51
Figure III 4. Le tableau « COLLAR ».	52
Figure III.5. Le tableau « SURVEY ».	52
Figure III.6. Implantation des sondages de prospection dans le logiciel SURPAC.....	53
Figure III.7. Implantation des trous de forage selon la teneur en P_2O_5	53
Figure III.8. Extension du solide dans SURPAC.....	54
Figure III.9. Le toit est le mur de la couche du quaternaire.	54
Figure III.10. Le mur de la couche du sable.	55
Figure III.11. Le toit et le mur de la couche du calcaire.	55
Figure III.12. Le toit et le mur de la couche du phosphate.	56
Figure III.13. Le toit et le mur de la couche de la marne.	56
Figure III.14. Le solide totale (toutes les couches géologiques).....	57
Figure III.15. Schéma des étapes de la création du modèle de bloc.	58
Figure III.16. Le modèle de bloc vide.....	59
Figure III.17. Liste de attributs.	59
Figure III.18. La contrainte vide (les couches).	60
Figure III.19. La couche de phosphate.....	60
Figure III.20. Composite des teneurs en P_2O_5	61
Figure III.21. Composite des teneurs en MgO.....	61
Figure III. 22. Carte des teneurs estimées en P_2O_5	63
Figure III.23. Carte des teneurs estimées en MgO.....	63
Figure III.24. La méthode de prélèvement.	64
Figure III.25. Le prélèvement des échantillons.	65

Liste des figures

Figure III.26. les couches géologiques et la topographie du gisement.....	66
Figure III.27. Zones de prélèvement des échantillons.....	67
Figure III.28. Les étapes de l'analyse chimique.....	67
Figure III.29. Le concasseur.....	68
Figure III.30. Le biais conditionnel.....	72
Figure III.31. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (teneurs en P_2O_5).....	73
Figure III.32. Histogramme des erreurs des teneurs en P_2O_5 ($Z_i * -Z_i$).....	74
Figure III.33. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (P_2O_5).....	75
Figure III.34. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.....	76
Figure III.35. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (MgO).....	76
Figure III.36. Histogramme des erreurs des teneurs en MgO ($Z_i * -Z_i$).....	77
Figure III.37. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.....	78
Figure III.38. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.....	79
Figure III.39. Les teneurs vraies et estimées en P_2O_5 par l'IDW.....	79
Figure III.40. Les teneurs vraies et estimées en MgO par l'IDW.....	80
Figure III.41. Les teneurs vraies et estimées en P_2O_5 et en MgO par l'IDW.....	80
Chapitre IV : Estimation des réserves et la validation croisée des teneurs par krigeage	
Figure IV.1. Exemple des valeurs aberrantes.....	84
Figure IV.2. Histogramme des teneurs en P_2O_5	84
Figure IV.3. Histogramme des teneurs en MgO.....	85
Figure IV.4. Paramètres de variogramme expérimentale.....	87
Figure IV.5. La nuée variographique des teneurs en P_2O_5	87
Figure IV.6. La nuée variographique des teneurs en MgO.....	88
Figure IV.7. Variogramme omnidirectionnelle des teneurs en P_2O_5 ($0^\circ-0^\circ-90^\circ$), max distance=50....	89
Figure IV.8. Variogramme omnidirectionnelle des teneurs en MgO ($0^\circ-0^\circ-90^\circ$), max distance=50...	89
Figure IV.9. Variogramme directionnelle (azimuth= 0° -spread= 22.5°).....	90
Figure IV.10. Variogramme directionnelle (azimuth= 45° -spread= 22.5°).....	90
Figure IV.11. Variogramme directionnelle (Azimuth= 90° -spread= 22.5°).....	91
Figure IV.12. Variogramme directionnelle (Azimuth= 135° -spread= 22.5°).....	91
Figure IV.13. Ensemble des variogrammes directionnelles (Azimuth= $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ -spread= 22.5°).	92
Figure IV.14. Modèle exponentiel ajusté ($0^\circ, 0^\circ, 90^\circ$).....	93
Figure IV.15. Les principaux axes de l'ellipsoïde de recherche.....	94
Figure IV.16. Les principaux axes de l'ellipsoïde de recherche dans l'espace.....	95

Liste des figures

Figure IV.17. Cas isotrope.	95
Figure IV.18. Les variogrammes directionnelles de la carte de variogramme.	96
Figure IV.19. Le variogramme directionnelle de l'axe principale.	96
Figure IV.20. La direction de l'axe principale (la plus longue distance pour la plus bas variance). ...	97
Figure IV.21. La modélisation des variogrammes directionnelle de l'axe principale.	97
Figure IV.22. Les paramètres du variogramme da l'axe principale.	98
Figure IV.23. La modélisation des variogrammes directionnelle de demi axe principale.	98
Figure IV.24. Les paramètres du variogramme du demi axe principale.	99
Figure IV.25. Les directions des 3 axe d'anisotropie.	99
Figure IV.26. La couche de phosphate à estimer.	100
Figure IV.27. La couche de phosphate à estimer dans une grille 3D.	100
Figure IV.28. Carte des teneurs estimées en P_2O_5	101
Figure IV.29. La zone de baisse teneurs en P_2O_5	101
Figure IV.30. La variance d'estimation du krigeage des teneurs en P_2O_5	102
Figure IV.31. Carte des teneurs estimées en MgO.	102
Figure IV.32. La variance d'estimation du krigeage des teneurs en MgO.	103
Figure IV.33. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (teneurs en P_2O_5).	105
Figure IV.34. Histogramme des erreurs des teneurs en P_2O_5 ($Z_i * -Z_i$).	106
Figure IV.35. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.	107
Figure IV.36. Intersection des 2 lignes (régression et la diagonale).	108
Figure IV.37. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (MgO).	108
Figure IV.38. Histogramme des erreurs des teneurs en MgO ($Z_i * -Z_i$).	109
Figure IV.39. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (MgO).	110
Figure IV.40. Intersection des 2 lignes (régression et la diagonale) (MgO).	110
Figure IV.41. Les teneurs vraies et estimées en P_2O_5 par le krigeage ordinaire.	111
Figure IV.42. Les teneurs vraies et estimées en MgO par le krigeage ordinaire.	111
Figure IV.43. Les teneurs vraies et estimées en P_2O_5 et en MgO par le krigeage ordinaire.	112
Figure IV.44. La variance de krigeage.	112

Liste des tableaux

Liste des tableaux :

Chapitre III : estimation des réserves et biais conditionnel de l'IDW

Tableaux III.1. Les teneurs vraies. -----	69
Tableaux III.2. Les teneurs vraies et estimées. -----	70
Tableaux III.3. Réserves du phosphate du gisement de Kef Essennoun. -----	81

Chapitre IV : Estimation des réserves et la validation croisée des teneurs par krigeage

Tableau IV.1. Différents paramètres statistiques. -----	85
Tableau IV.2. Les teneurs estimées et réelles et la variance de krigeage. -----	104
Tableau IV.3. Réserves du phosphate du gisement de kef elsnoune. -----	113

Liste des abréviations

ORGM : Office des recherches géologiques et minières

EREM : Entreprise de Recherche et d'Exploitation Minière.

JORC : Code Australien (Joint Ore Reserves Committee).

IDW : inverse distance weighting (pondération par l'inverse de la distance)

Z(x), Y(x) : Fonction aléatoire.

h : Pas du variogramme ou distance entre deux observations.

E{Z(x)} : l'espérance mathématique.

Z*: Estimateur.

$\gamma(h)$: Variogramme théorique (unité²).

$\lambda(h)$: Variogramme expérimental (unité²).

a : Portée du variogramme (m).

C(0) : Palier du variogramme (unité²).

C(h) : Covariogramme à la distance h (unité²).

C0 : Effet de pépite (unité²).

e : Erreur d'estimation.

N(h) : Nombre de paires d'observations séparées par la distance h.

Var, S²: Variance (unité²).

δ^2 : Variance d'estimation (unité²).

μ : Multiplicateur de Lagrange.

λ : Poids de krigeage (sans unité) ou vecteur colonne des poids de krigeage

θ : Angle directionnelle.

IDW : inverse des distances

KO : krigeage ordinaire

Introduction générale

Introduction générale

Le phosphate est une matière considérée parmi les matériaux stratégiques pour l'Etat. Ceci est justifié par l'importance de cette matière première pour l'agriculture et l'industrie chimique. Particulièrement en Algérie ; les ressources sont considérables est atteigne les 2 milliards de tonnes de réserves prouvées. Ces ressources se concentrent beaucoup plus au niveau du bassin minier de Djebel Onk –Tébessa (Nord-Est Algérien) ; ce dernier renferme plusieurs gisements (Djebel Onk Nord ; Djemi Djema ; Kef Senoun ; Oued Betita et Bled El Hadba). La Société des Mines de Phosphates SOMIPHOS- Filiale FERPHOS Group, est propriétaire de ces gisements.

L'évaluation géostatistique et la modélisation 3D des gisements est une étape primordiale dans la planification minière, elle permet de définir la durée de vie d'une mine et sa méthode d'exploitation à travers l'affectation des teneurs aux différents blocs par le biais des estimateurs.

En général, les estimateurs peuvent être plus ou moins précis et ils peuvent être avec ou sans biais. Le meilleur estimateur est le plus précis possible et sans biais. Le biais peut être global ou conditionnel. S'il est global, alors la moyenne de tous les estimés ne coïncide pas avec la moyenne du gisement. S'il est conditionnel, alors la moyenne des blocs dont l'estimateur prend une valeur donnée ne coïncide pas avec cette valeur.

Le biais conditionnel, lui, est davantage lié au type d'estimateur choisi. Un des estimateurs qui montre le moins de biais conditionnel est le krigeage. Toutes les méthodes basées sur des extensions géométriques montrent habituellement un biais conditionnel qui peut être assez important.

L'élimination de ces biais est essentielle à l'évaluation des minerais et à toutes les procédures géostatistiques pour des résultats plus fiable et représentatifs.

Le premier but de ce travail est l'estimation des réserves de Kef Essennoun par une méthode d'interpolation classique couramment utilisé en Algérie « l'inverse des distances » et l'autre stochastique « le krigeage ordinaire ». Le deuxième but est la mise en évidence du biais conditionnel à travers une confrontation entre les valeurs estimées avec les valeurs vraies obtenues par analyse chimique, le degré de similitude des valeurs estimées et des valeurs vraies nous renseigne sur la qualité de l'estimateur (l>IDW et le KO), et l'effet du biais conditionnel sur l'estimation.

Du point de vue méthodologique, ce travail est composé de 4 chapitres :

Le premier chapitre est l'étude bibliographique qui englobe tous les termes et les notions qu'on va appliquer pour arriver à notre but.

Le deuxième chapitre est une présentation de la zone d'étude qui contient la situation géographique, la géologie locale et régionale de la zone d'étude.

Le troisième chapitre sera consacré à la construction et à la création d'un modèle de bloc qui est la base de ce travail, ensuite nous appliquerons la méthode d'estimation déterministe et nous réalisons un échantillonnage avec analyses chimiques pour tirer les teneurs *vraies* sur des blocs estimés, en fin, on fait la validation croisée entre les valeurs vraies et les valeurs estimées.

Finalement dans le quatrième chapitre, on va réestimer les blocs par krigeage ordinaire qui passe tous d'abord par l'analyse statistique et variographique pour la construction d'un estimateur sans biais, et on reprend la validation croisée entre les valeurs estimées par KO et les valeurs vraies.

CHAPITRE I : Etude bibliographique

I.1. Pourquoi la géostatistique ?

Imaginez la situation : un fermier vous a demandé d'étudier le sol de sa ferme. Particulièrement il veut que vous déterminiez la teneur de phosphore, mais il ne sera pas satisfait de la valeur moyenne pour chaque champ comme il aurait été il y a quelques années. Il veut maintenant plus de détail pour qu'il puisse ajouter de l'engrais seulement là où le sol est déficient, pas partout. L'enquête implique de prendre de nombreux échantillons de sol, que vous devez transporter au laboratoire pour l'analyse. Vous séchez les échantillons, les écrasez, les tamisez, extrayez le phosphore avec un agent et le mesurez finalement dans les extraits. Le processus entier tant consomme temps et coûteux. Quand même, à la fin vous avez des données de tous les points dont vous avez pris le sol juste que le fermier veut, vous pourriez penser!

Le désappointement du fermier est évident, pourtant. 'Oh', il dit, 'ces informations sont pour un ensemble de points, mais je dois cultiver des étendues continues de terrain. Je veux vraiment savoir combien de phosphore le sol contient partout. Je me rends compte que c'est impossible, quand même, j'aimerais vraiment quelques informations aux endroits entre vos points d'échantillonnage. Que pouvez-vous me dire de ceux et comment font vos petits cœurs de sol se rapportent aux blocs de terrain sur lequel mes machines peuvent étendre de l'engrais, c'est-à-dire dans les bandes de 24 m de large.

Ainsi comment pouvez-vous l'accomplir ? La réponse doit utiliser la géostatistique. [1]

I.2. La géostatistique: définition et domaine d'application.

I.2.1. Définition: [7]

La géostatistique est un sous-ensemble de statistique spécialisée dans l'analyse et l'interprétation de données géographiquement référencées. Autrement dit, la géostatistique comprend des techniques statistiques qui sont réglées aux données spatiales.

Les questions typiques qui intéressent un géostatisticien sont les suivantes :

- Comment une variable varie-t-elle dans l'espace?
- Qu'est-ce qui contrôle sa variation dans l'espace?
- Où trouver des échantillons pour décrire sa variabilité spatiale?
- Combien d'échantillons sont nécessaires pour représenter sa variabilité spatiale?
- Quelle est la valeur d'une variable à un nouvel emplacement?
- Quelle est l'incertitude de l'estimation?

La géostatistique est classiquement subdivisée en géostatistique linéaire, multi variable, non-stationnaire et non- linéaire.

I.2.2. Domaine d'application: [2]

La géostatistique est utilisée dans plusieurs domaines parmi lesquels:

- Géosciences.
- Les ressources d'eau.
- Les sciences de l'environnement.
- L'agriculture et les sciences de sol.
- Les mathématiques et la statistique.
- L'écologie.
- Le génie civil.
- La météorologie.

Dans le secteur minier, on utilise la géostatistique pour :

➤ **Estimation des réserves totale :**

La première étape importante d'une étude de faisabilité consiste à déterminer les réserves in situ. Les géostatistiques peuvent aider le planificateur minier à obtenir des estimations précises du tonnage total in situ, de la teneur moyenne et de la qualité à partir des informations disponibles, et ainsi l'aider à décider si un investissement supplémentaire dans le projet est justifié.

➤ **Espacement optimal des échantillons (ou des trous de forage) :**

La variance d'estimation (calculée par la géostatistique) dépend du modèle de variogramme choisi pour le dépôt et sur l'emplacement des échantillons, mais pas sur leurs valeurs numériques. Donc, une fois que le variogramme a été sélectionné pour un dépôt particulier ou région, la variance d'estimation peut être trouvée. Cela permet d'évaluer la variance d'estimation pour une grande variété de modèles d'échantillonnage possibles sans en fait faire le forage. et donc de trouver le réseau qui donne juste le nécessaire précision.

➤ Estimation de la récupération :

Dans de nombreuses exploitations minières, les ingénieurs doivent prévoir la récupération et les teneurs récupérées, lorsque des blocs d'une taille déterminée sont sélectionnés pour le traitement (ou l'exploitation minière), si leur teneur moyenne est supérieure à un seuil économique. Lorsque la grille d'échantillonnage est à peu près de la même taille que les blocs de sélection, leurs côtes peuvent être estimées individuellement avec une précision raisonnable. Mais si les blocs sont beaucoup plus petits que la taille de la grille, comme c'est habituellement le cas à l'étape de la faisabilité, il peut être trompeur d'essayer d'obtenir des estimations des blocs individuels. Elles ne sont tout simplement pas assez précises. Le mieux que l'on puisse faire est de prévoir la proportion d'unités de sélection qui seront récupérées et leur note moyenne. Ceci mène à des géostatistiques non linéaires.

Des problèmes similaires se posent dans les travaux de réhabilitation des sols où les scientifiques doivent prévoir la quantité totale de matières contaminées contiennent des substances inacceptables des niveaux élevés de polluants.

➤ Simulation d'un gisement pour évaluer un plan de mine proposé :

Puisque le kriging est conçu pour donner les estimations linéaires de variance minimales, les valeurs sont plus lisses que tout autre estimateur linéaire sans biais, mais elles sont aussi plus lisses que les valeurs réelles. Cela signifie que si un modèle numérique d'un dépôt a été mis en place pour tester divers plans de mine proposés, les valeurs krigées ne doivent pas être alimentées en ce sens qu'ils sous-estimeraient sérieusement la variabilité inhérente. Dans ce cas, une simulation conditionnelle du dépôt doit être utilisée.

I.3. Théorie de la variable régionalisée, moments et stationnarité :

I.3.1. Définition : [3]

On appelle variable le caractère sur lequel porte une étude d'un ensemble d'individus et qui change d'un à l'autre. Si le changement de ce caractère est imprévisible, alors la variable est appelée variable aléatoire. La teneur d'un échantillon, l'épaisseur d'une couche minéralisée ou d'un sol, la pluviométrie..., sont des variables aléatoires.

L'ensemble des variables aléatoires (teneurs mesurées sur des échantillons géologiques ou dans des sondages) implantées aux points \mathbf{X}_i de coordonnées X_{1i} , X_{2i} , X_{3i} et notées $z(\mathbf{x}_i)$ forme la fonction aléatoire $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$. La teneur $z(\mathbf{x}_i)$ mesurée en \mathbf{x}_i est une réalisation particulière de la

variable aléatoire $Z(\mathbf{X})$ et l'ensemble des teneurs mesurées en différents points est interprété comme une réalisation particulière de la fonction aléatoire $Z(\mathbf{X})$.

Le terme de variable régionalisée a été choisi par Georges Matheron pour souligner les deux aspects contradictoires de cette variable :

- Un aspect aléatoire (explique les irrégularités locales).
- Un aspect structuré (reflète les tendances du phénomène à grande échelle).

En géostatistique toute variable régionalisée possède une structure de variabilité particulière : la quantité $Z(\mathbf{x})$ et $Z(\mathbf{x}+\mathbf{h})$ en un même élément en deux points \mathbf{x} et $\mathbf{x}+\mathbf{h}$ d'un domaine sont auto-corrélées.

Cette structure d'autocorrélation dépend du module et de la direction du vecteur séparant les deux points de mesure.

$$Z(\mathbf{x}) \longleftarrow \mathbf{x} \longrightarrow Z(\mathbf{x}+\mathbf{h})$$

Une variable est dite « régionalisée » lorsque les valeurs qu'elle prend dépendent de sa position dans l'espace (ces coordonnées géographiques). La géostatistique est l'application de la théorie des variables régionalisées à un phénomène qui se déploie dans l'espace et y manifeste une certaine structure, qu'il est régionalisé.

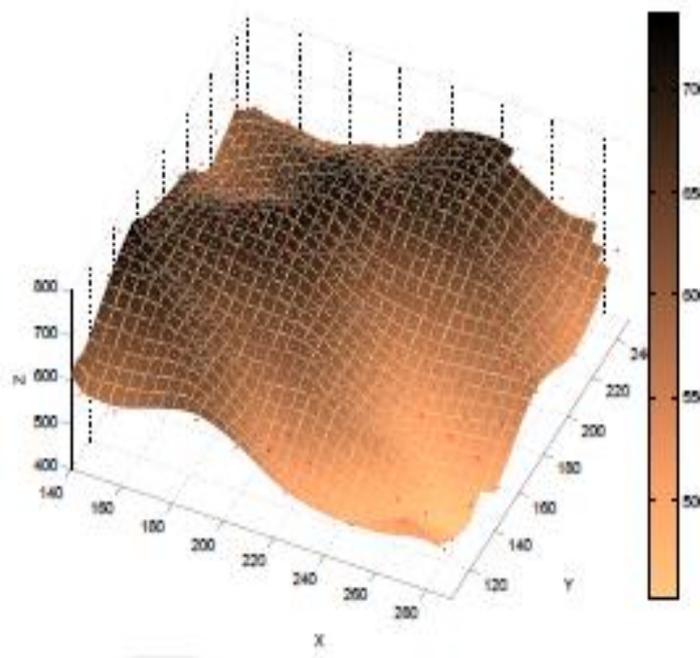


Figure I.1. Exemple de représentation d'une variable régionalisée. [5]

I.3.2. Moments: [4]

➤ Moment d'ordre 1 :

On considère la variable aléatoire $Z(\mathbf{X})$ au point \mathbf{x} si sa loi de distribution admet une espérance, alors elle sera en général une fonction de \mathbf{x} et s'écrit :

$$\mathbf{E}\{Z(\mathbf{x})\} = \mathbf{m}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

➤ Moment d'ordre 2 :

- **La variance** : lorsque la variance existe, elle est définie comme le moment d'ordre 2 centré autour de l'espérance $\mathbf{m}(\mathbf{x})$ de la variable aléatoire $Z(\mathbf{X})$ soit:

$$\text{var}\{Z(\mathbf{x})\} = \mathbf{E}\{[Z(\mathbf{x}) - \mathbf{m}(\mathbf{x})]^2\} \quad (2)$$

- **La covariance** : considérons deux implantations \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 on démontre que si les deux Variables aléatoires $Z(\mathbf{x}_1)$ et $Z(\mathbf{x}_2)$ ont des variances, elles ont aussi une covariance qui est fonction des deux implantations \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 , on note:

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{E}\{|z(\mathbf{x}_1) - \mathbf{m}(\mathbf{x}_1)| |z(\mathbf{x}_2) - \mathbf{m}(\mathbf{x}_2)|\} \quad (3)$$

I.3.3. Hypothèse stationnaire : [3]

Un processus est stationnaire si la loi de probabilité de la fonction aléatoire est invariante par translation, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas de l'origine du domaine étudié, elle dépend seulement des positions relatives des sites en lesquels ces mesures sont effectuées et non de la localisation de ces sites. Dans son sens le plus stricte, la stationnarité nécessite que tous les moments soient invariants par translation, mais comme cela ne peut être vérifié avec un nombre limité de données expérimentales, on se contente généralement de demander que les deux premiers moments (la moyenne et la covariance) soient invariants par translation. On parle donc de stationnarité faible ou d'ordre 2.

➤ Stationnarité d'ordre 2 :

Lorsque ses deux premiers moments (espérance et covariance) sont définis et invariants par translation :

- **Espérance indépendante de \mathbf{x}** : La moyenne de la fonction $Z(\mathbf{X})$ est constante et ne dépend pas de point \mathbf{x} :

$$\mathbf{E}[Z(\mathbf{x})] = \mathbf{m}(\mathbf{x}) = \mathbf{m} \quad (4)$$

- Covariance indépendante de \mathbf{x} : La fonction de covariance entre deux points \mathbf{x} et $\mathbf{x}+\mathbf{h}$ est indépendante du point \mathbf{x} . Elle ne dépend que du vecteur \mathbf{h} :

$$\mathbf{C}(\mathbf{h}) = \mathbf{E}[\mathbf{z}(\mathbf{x}) * \mathbf{z}(\mathbf{x} + \mathbf{h})] - \mathbf{m}^2$$

$$\mathbf{var}[\mathbf{z}(\mathbf{x})] = \mathbf{E}[(\mathbf{z}(\mathbf{x}) - \mathbf{m})^2] \quad (5)$$

I.4. Les outils de modélisation de la structure spatiale :

I.4.1. La covariance stationnaire : [8]

On considère la variable régionalisée étudiée $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ comme une réalisation d'une fonction aléatoire $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ stationnaire d'ordre deux. Dans ce cas la fonction de covariance $\mathbf{C}(\mathbf{h})$ existe et possède les propriétés suivantes :

- $\mathbf{C}(\mathbf{h}) = \mathbf{cov}\{\mathbf{Z}(\mathbf{x}), \mathbf{Z}(\mathbf{s} + \mathbf{h})\}$ Ne dépend que de \mathbf{h} .
- $\mathbf{C}(\mathbf{0}) = \mathbf{var}\{\mathbf{Z}(\mathbf{x})\} = \mathbf{constante}$ (Variance a priori).
- $\mathbf{C}(\mathbf{h}) = \mathbf{C}(-\mathbf{h})$ (Symétrie).
- $|\mathbf{c}(\mathbf{h})| \leq \mathbf{C}(\mathbf{0})$ (Inégalité de Schwarz).

A côté de la fonction de covariance, il existe un autre outil d'analyse structurale : le variogramme que l'on préférera, en général, utiliser car il permet de prendre en compte des processus plus généraux que les processus stationnaires d'ordre deux.

I.4.2. Le variogramme : [3]

Le variogramme théorique est défini comme étant l'espérance quadratique de la variable aléatoire $[(\mathbf{Z}(\mathbf{x}) - \mathbf{Z}(\mathbf{x}+\mathbf{h}))]$ soit :

$$\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \mathbf{var}[\mathbf{z}(\mathbf{x}) - \mathbf{z}(\mathbf{x} + \mathbf{h})] = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[(\mathbf{z}(\mathbf{x}) - \mathbf{z}(\mathbf{x} + \mathbf{h}))^2 \right] \quad (6)$$

Où : \mathbf{x} : est le vecteur de coordonnées (1,2 ou 3 selon le cas).

\mathbf{h} : est le vecteur distance.

I.4.3. Le variogramme expérimental : [6]

Considérons la propriété connue notée « Y » en « n » points de l'espace géographique, ont chacun est identifié par un vecteur « x » de ses coordonnées géographiques (longitude et latitude). De cette manière, le symbole " $Y(x_i)$ " représente la valeur observée de la propriété Y au $i^{\text{ème}}$ point d'échantillonnage avec les coordonnées « x_i ».

Par souci de simplicité, prenons deux points pour lesquels on connaît des valeurs $y(x_1)$ et $y(x_2)$ de la propriété Y dans un espace géographique comme le montre la figure ci-dessous.



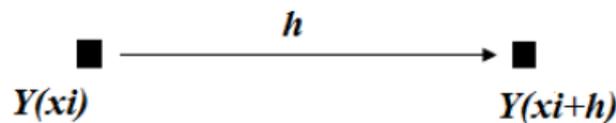
Pour comparer ces deux valeurs, le plus simple est d'utiliser la variance entre les observations aux deux sites, notée « S^2 ». par définition il est égale à :

$$S^2 = [(Y(x_1) - \bar{y})]^2 + [(Y(x_2) - \bar{y})]^2 \quad (7)$$

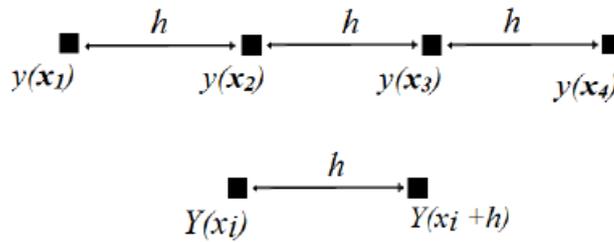
Où : \bar{y} est la moyenne entre ces deux observations.

Cette variance « S^2 », reflète l'importance des écarts à la moyenne, et elle devient plus grande avec des observations différentes. Au contraire, si elle est petite, les observations deviennent de plus en plus les mêmes $S^2 = \frac{1}{2} [Y(x_1) - Y(x_2)]^2 \quad (8)$

Cette nouvelle équation pour déterminer la variance peut être écrite pour n'importe quelle paire de sites. A cet effet, considérons deux sites $Y(x_i)$ et $Y(x_i + h)$ où $Y(x_i)$ représente les coordonnées géographiques d'un des sites et « h » est un vecteur caractérisant la distance entre les sites.



Calculons maintenant la distance géographique séparant $y(x_1)$, $y(x_2)$, $y(x_3)$, $y(x_4)$ chacun des points d'observation et considérons les « m » paires de point séparés par une même distance géographique h .



Pour une distance h qui sépare deux points d'observation, S^2 rend compte de la ressemblance ou la dissemblance des observations faites en ces deux points: il sera d'autant plus grand que ces observations sont différentes et le contraire signifie une grande ressemblance entre les observations. S^2 est qualifiée de "semi-variance".

De manière intuitive, on conçoit que deux observations soient en général d'autant plus semblables qu'elles sont proches géographiquement l'une de l'autre. Le calcul de S^2 pour différentes distances h , va permettre de quantifier cette idée: il permet de suivre l'évolution des écarts entre des observations en fonction de la distance qui les sépare.

Et donc l'équation du variogramme $\lambda(\mathbf{h})$ est :

$$\lambda(\mathbf{h}) = \frac{1}{2m(\mathbf{h})} \sum_{i=2}^{m(\mathbf{h})} (y(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}))^2 \quad (9)$$

Où : m est le nombre de couple.

I.4.4. Combinaison entre la covariance et le variogramme : [8]

La stationnarité d'ordre deux implique l'existence de la fonction de covariance, qui est alors liée au variogramme λ par la relation :

$$\lambda(\mathbf{h}) = C(\mathbf{0}) - C(\mathbf{h}) \quad (10)$$

Cette relation montre l'équivalence entre le variogramme et la fonction de covariance dans le cas stationnaire.

I.4.5. Phénomène de transition, palier et portée : [8]

Par définition, le variogramme $\gamma(\mathbf{h})$ mesure l'écart quadratique moyen, ou la dissemblance entre deux observations séparées de \mathbf{h} . Par conséquent, selon la distance qui les sépare, il traduit plus ou moins la forte déconstruction de la valeur. généralement, $\gamma(\mathbf{h})$ croît à partir de $|\mathbf{h}| > \mathbf{0}$ puis, à partir d'une valeur \mathbf{a} , se stabilise autour d'une valeur limite $\gamma(\infty)$ appelée palier. Dans ce cas, la fonction aléatoire $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ est stationnaire d'ordre deux, de variance a priori égale au palier :

$$S^2 = \gamma(\infty) = C(\mathbf{0}) \quad (11)$$

Dans un tel modèle, toute valeur $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ est corrélée à toute autre valeur $\mathbf{Z}(\mathbf{X}')$ si la distance entre et s'est plus petite que \mathbf{a} . Cette valeur \mathbf{a} , appelée portée, correspond à l'idée intuitive de la zone d'influence d'une variable aléatoire : au-delà de $|\mathbf{h}| = \mathbf{a}$, le variogramme est constant et égal à son palier $\gamma(\infty)$, les variables aléatoires $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$ et $\mathbf{Z}(\mathbf{x}+\mathbf{h})$ sont alors indépendantes (en toute rigueur décorrélées).

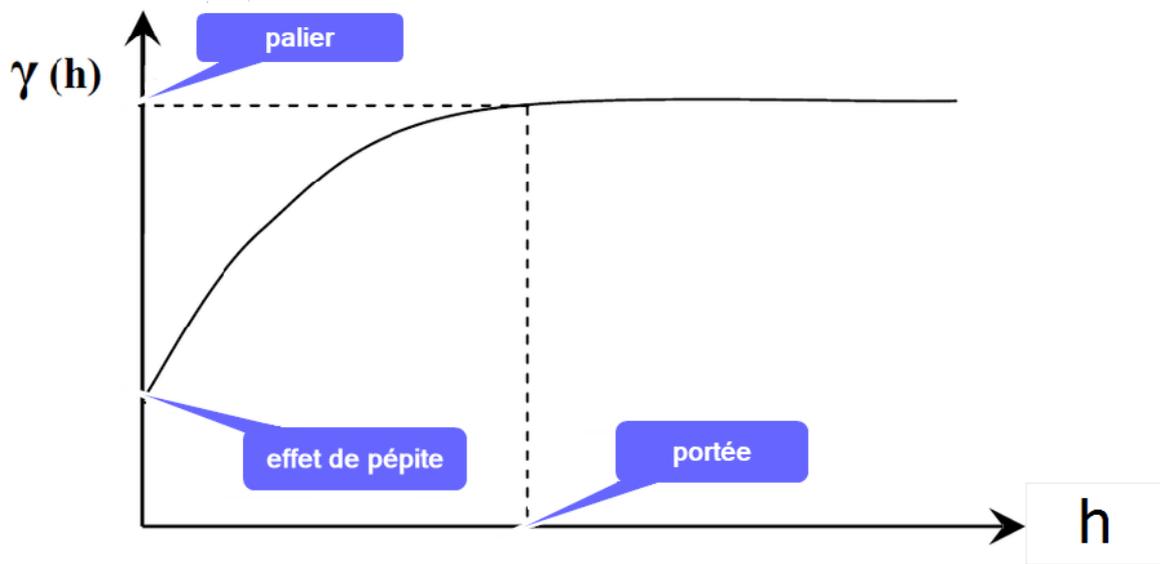


Figure I.2. Les paramètres d'un variogramme. [6]

I.4.6. Comportement du variogramme théorique au voisinage de l'origine: [8]

La continuité et la régularité dans l'espace de la fonction aléatoire $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ et donc de la variable régionalisée $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ sont décrites par le comportement du variogramme à l'origine. Cela provient de la relation.

On distingue trois types de comportements à l'origine :

- **Parabolique :**

$\gamma(\mathbf{h}) \sim A|\mathbf{h}|^2$ quand $|\mathbf{h}| \rightarrow 0$. $\gamma(\mathbf{h})$ Est donc deux fois différentiable à l'origine. Ce type de comportement caractérise une variabilité spatiale très régulière. Ajoutons qu'un comportement à l'origine en $|\mathbf{h}|^\theta$ avec $\theta > 2$ est impossible théoriquement .

- **Linéaire:**

$\gamma(\mathbf{h}) \sim A|\mathbf{h}|$ quand $|\mathbf{h}| \rightarrow 0$. $\gamma(\mathbf{h})$ est continue en $|\mathbf{h}| = 0$ mais non dérivable. La variabilité spatiale est plus moins régulière : la variable régionalisée $\mathbf{z}(\mathbf{s})$ est continue par morceaux mais non dérivable. Elle a en quelque sorte, un certain aspect "rugueux ".

- **Discontinuité à l'origine (effet de pépite):**

$\gamma(\mathbf{h})$ ne tend pas vers 0 quand $|\mathbf{h}| \rightarrow 0$ par définition $\gamma(\mathbf{0}) = 0$, on trouvera ce modèle lorsque la variabilité entre deux points proches est très forte : les valeurs mesurées à courte distance changent abruptement, comme les teneurs en Or lorsqu'il y a des pépites, d'où le nom d'effet de pépite donné à la discontinuité à l'origine du variogramme. Cette variabilité locale peut être assimilée à un phénomène aléatoire appelé bruit blanc, elle intègre de nombreux phénomènes comme les erreurs de mesure ou la "micro-variabilité" qui n'est pas détectable en raison de la distance trop importante entre les observations.

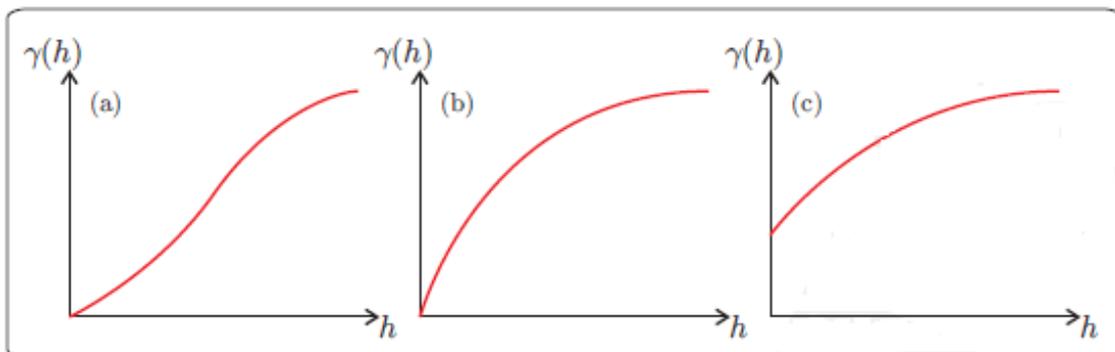


Figure I.3. Différents comportements à l'origine du variogramme : (a) : comportement parabolique ; (b) : comportement linéaire ; (c) : comportement discontinu. [5]

Le cas limite est donc l'effet de pépité pur: $\gamma(\mathbf{0}) = C(\mathbf{0})$ quand $|\mathbf{h}| > \mathbf{0}$. Le variogramme est plat: la dissemblance moyenne des valeurs est constante pour toutes les distances $|\mathbf{h}|$. Il y a indépendance (ou plus exactement non corrélation spatiale) entre deux points distincts et la géostatistique retrouve tous les résultats de la statistique classique. L'effet de pépité pur correspond à une absence totale de structuration spatiale des valeurs. C'est un cas très rare dans les sciences de la terre, à moins que les erreurs de mesure soient bien supérieures à l'amplitude des écarts entre valeurs. En pratique, un tel variogramme peut être représenté comme un phénomène de transition ayant un palier C_0 et une portée a très petite par rapport à la distance moyenne entre les points d'observation . [8]

I.4.7. Principaux modèles théoriques de variogramme : [8]

Nous avons vu qu'une fonction $\gamma(\mathbf{h})$ est un variogramme si et seulement si γ est de type négatif conditionnel. Mais c'est une propriété difficile à contrôler dans la pratique (en réalité). C'est pour ça on choisit souvent un modèle de variogramme parmi les fonctions dont on sait qu'elles sont de type négatif conditionnel. Nous allons donner ci-dessous quelques exemples de fonctions ayant cette propriété et qui sont les modèles les plus couramment utilisés en pratique.

On ne s'intéresse ici qu'aux modèles théoriques isotropes : Ils peuvent être classés en 3 types :

- Les modèles avec palier et avec un comportement à l'origine :
 - **Discontinu** : effet de pépité pur.
 - **Linéaire** : sphérique, exponentiel.
 - **Parabolique** : gaussien, cubique.
- Les modèles sans palier
- Les modèles à effet de trou

I.4.7.1. Modèles avec palier ou modèles de transition : [8]

- **Comportement discontinu à l'origine:**
 - **Modèle pépitique de palier C :**

$$\gamma(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{pour } \mathbf{r} = \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \text{pour } \mathbf{r} > \mathbf{0} \end{cases} \quad (12)$$

Ce modèle traduit des discontinuités de la variable Z, dues soit à des erreurs de mesure, ou à la présence d'une microstructure.

➤ Comportement linéaire à l'origine: [8]

- Modèle sphérique de portée a et de palier C :

$$\gamma(r) = \begin{cases} C * \left[\frac{3}{2} * \left(\frac{r}{a} \right) - \frac{1}{2} * \left(\frac{r}{a} \right)^3 \right] & \text{pour } 0 \leq r \leq a \\ C & \text{pour } r \geq a \end{cases} \quad (13)$$

L'effet de pépite peut être vu comme un cas très particulier d'un schéma sphérique de portée infiniment petite. Pour une vue de physique, il existe néanmoins une différence fondamentale entre les deux modèles : le premier représente un phénomène discontinu à l'échelle d'observation, pour lequel les valeurs changent brutalement d'un point à un autre, tandis que le second décrit un phénomène continu mais non différentiable, en quelque sorte rugueux.

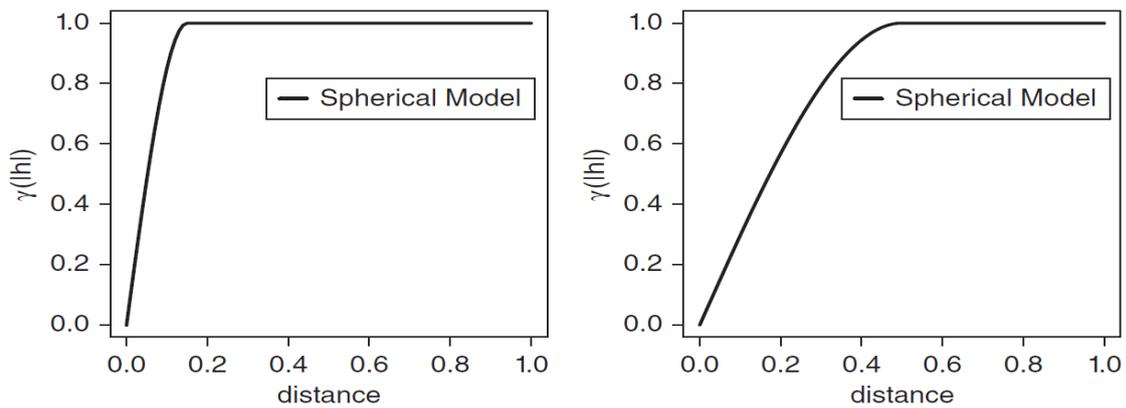


Figure I.4. Modèle sphérique : à gauche a =0.15 ; m =1 ; à droite a =0.50 ; m =1. [9]

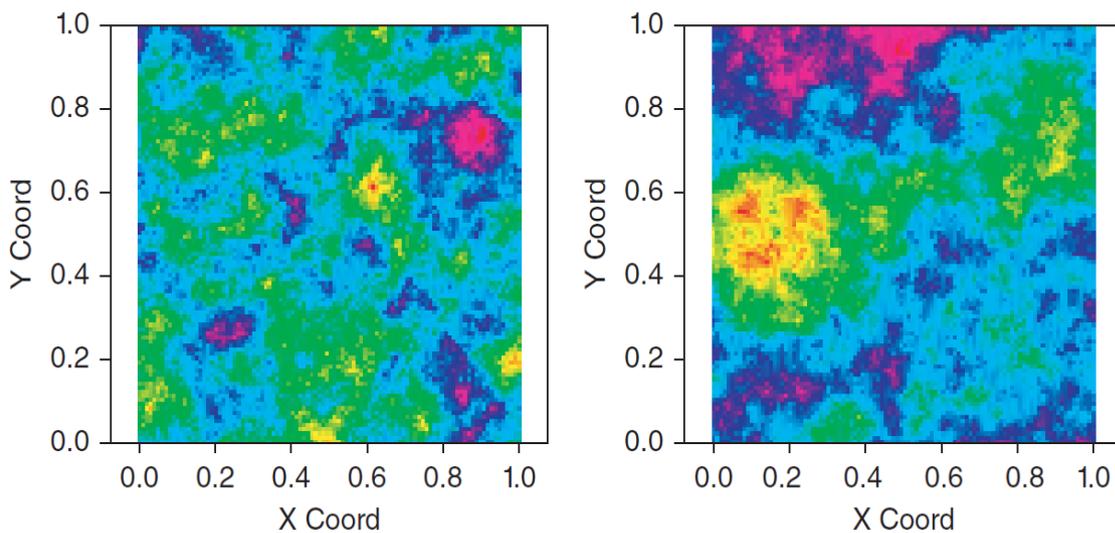


Figure I.5. Modèle sphérique (représentation 2d) : à gauche a =0.15 ; m =1 ; à droite a=0.50 m =1. [9]

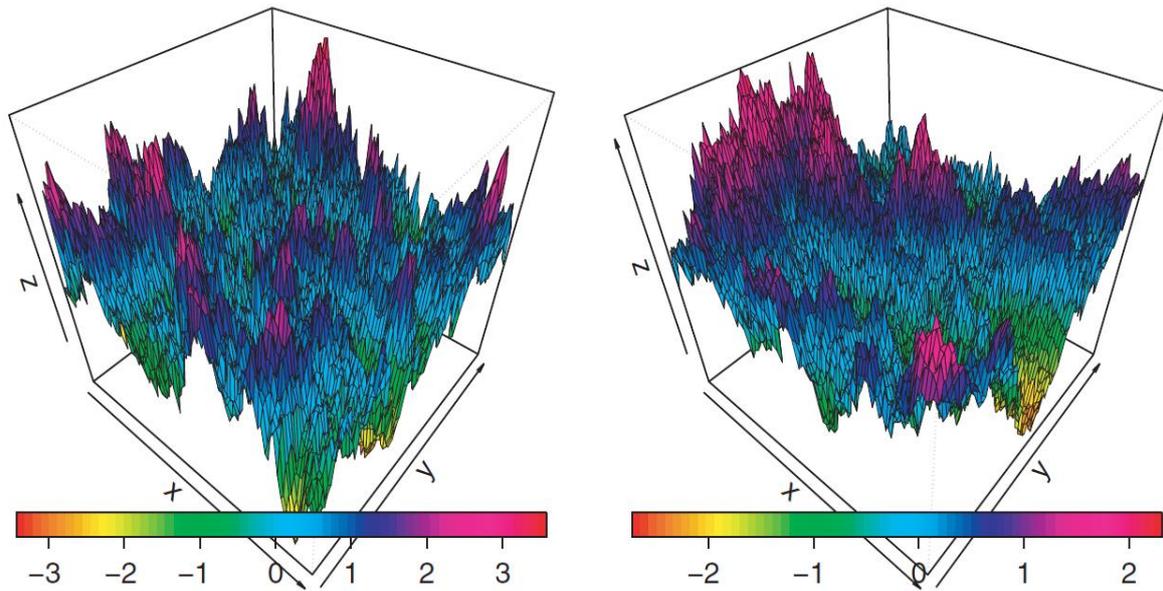


Figure I.6. Modèle sphérique (représentation 3d) : à gauche $a=0.15$; $m=1$; à droite $a=0.50$ $m=1$ [9]

- **Modèle exponentiel de paramètre a et de palier C :**

$$\gamma(r) = C * \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{r}{a}\right)\right) \right] \quad (14)$$

Notons que le modèle sphérique atteint effectivement son palier pour $r=a$ alors que le modèle exponentiel ne l'atteint qu'asymptotiquement. Pour ce dernier on peut prendre une portée pratique égale à $3a$, pour laquelle le variogramme atteint **95%** de la valeur de son palier.

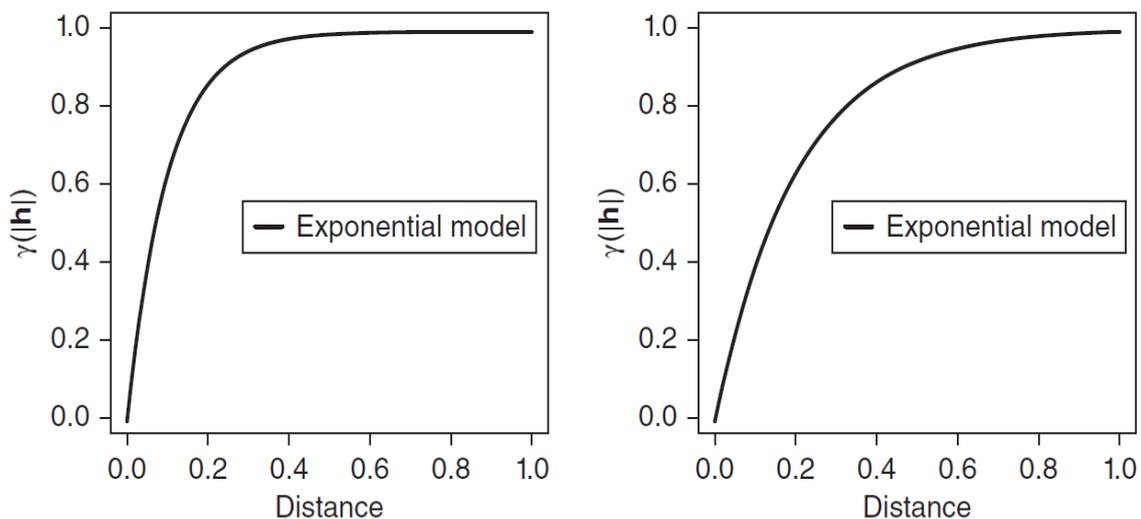


Figure I.7. Modèle exponentiel : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. [9]

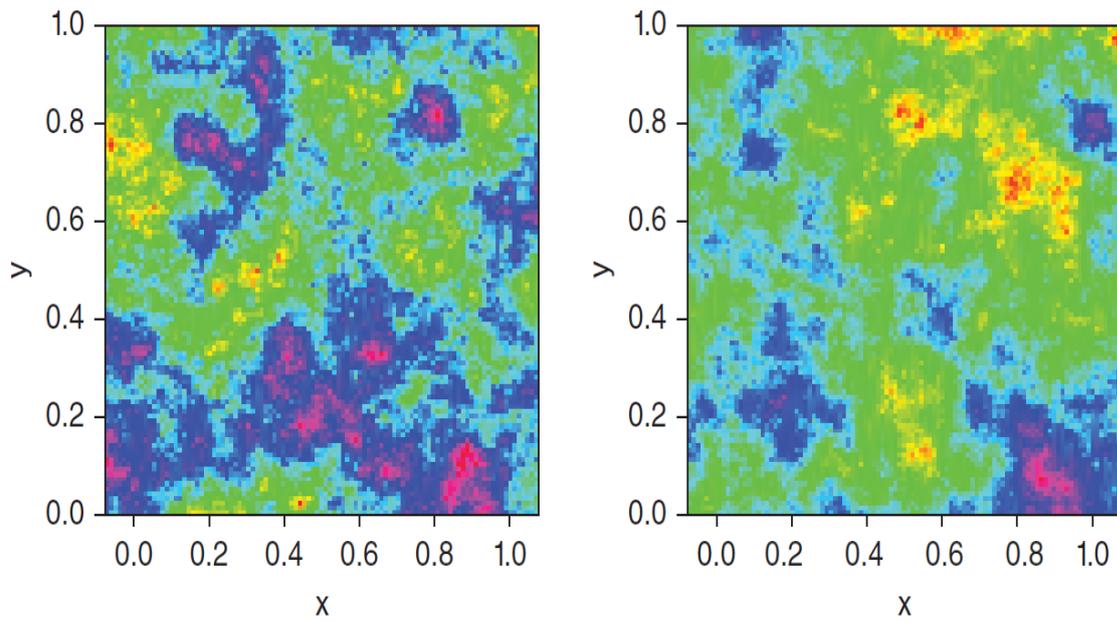


Figure I.8. Modèle exponentiel (représentation 2d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. [9]

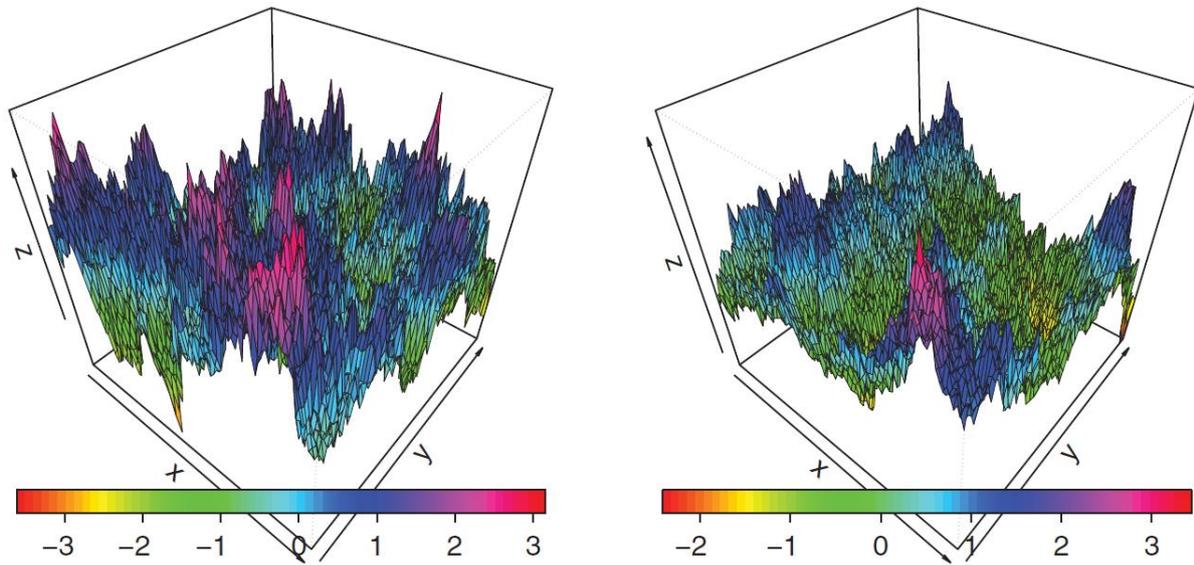


Figure I.9. Modèle exponentiel (représentation 3d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. [9]

➤ Comportement parabolique à l'origine: [8]

- **Modèle cubique de portée a et de palier C :**

$$\gamma(r) = \begin{cases} C * \left[7 * \left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{35}{4} * \left(\frac{r}{a}\right)^3 + \frac{7}{2} * \left(\frac{r}{a}\right)^5 - \frac{3}{4} * \left(\frac{r}{a}\right)^7 \right] & \text{pour } 0 \leq r \leq a \\ C & \text{pour } r \geq a \end{cases} \quad (15)$$

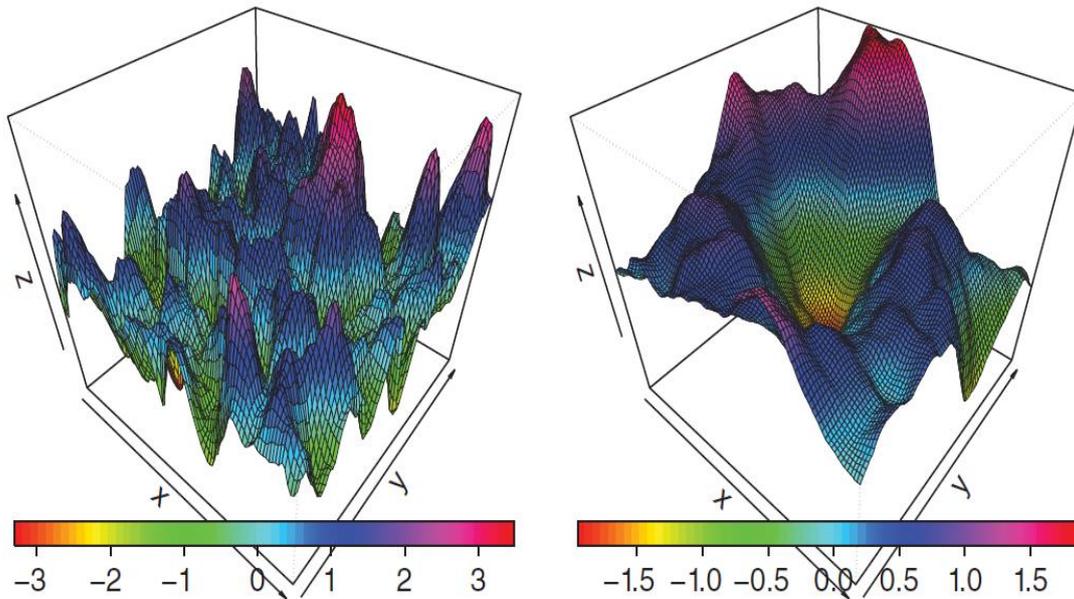


Figure I.10. Modèle cubique (représentation 3d) : à gauche a=0.15 ; m=1 ; à droite a=0.66 m=1. [9]

- **Modèle gaussien de paramètre a et de palier C :**

$$\gamma(r) = C * \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \right] \quad (16)$$

Le palier est atteint asymptotiquement et la portée pratiquement peut être prise égale à $a\sqrt{3}$. Même si ce variogramme semble très proche du variogramme cubique (à un facteur d'échelle près sur la portée), toutes les fonctions aléatoires associées sont fort différentes : le modèle cubique caractérise des fonctions aléatoires dérivables en moyenne quadratique, tandis que le modèle gaussien correspond à des fonctions aléatoires infiniment dérivables.

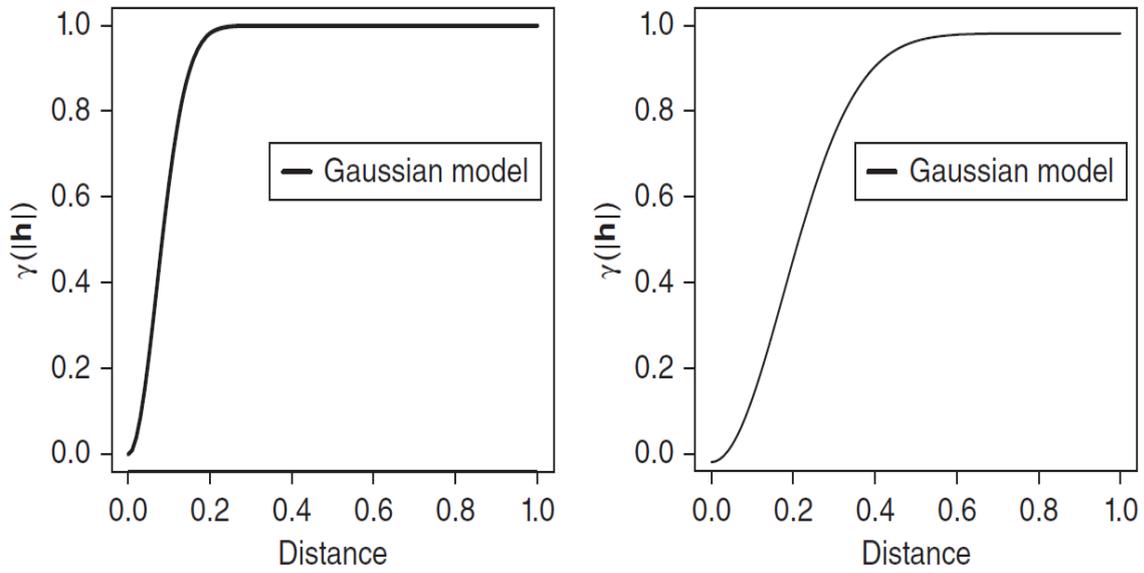


Figure I.11. Modèle gaussien : à gauche $a=0.15$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. [9]

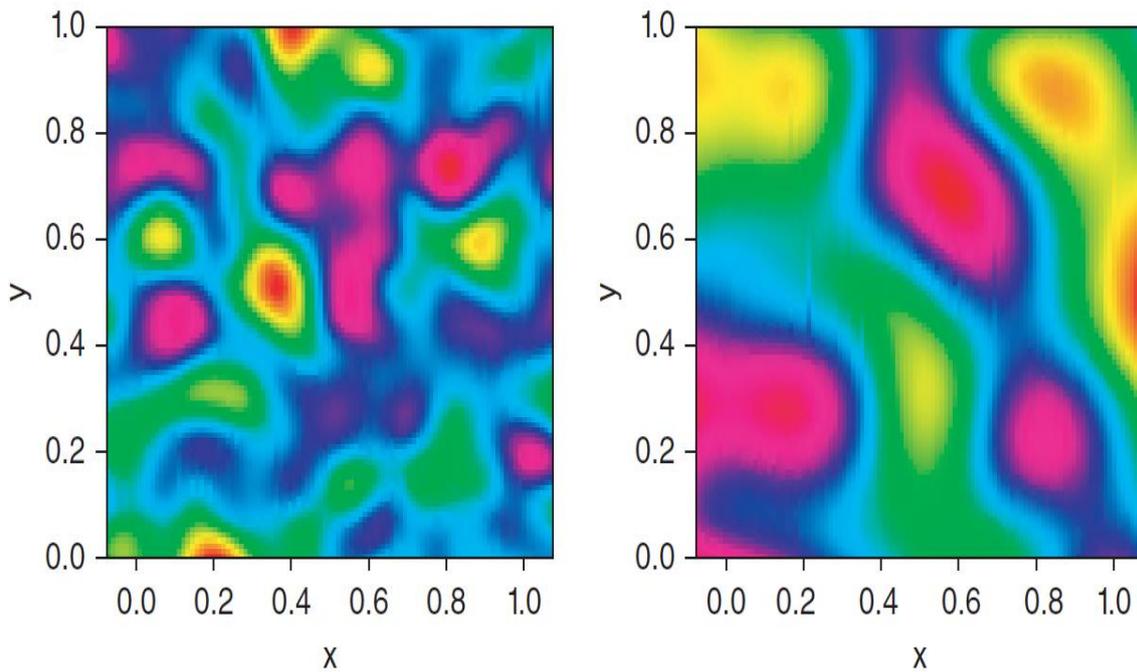


Figure I.12. Modèle gaussien (représentation 2d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. [9]

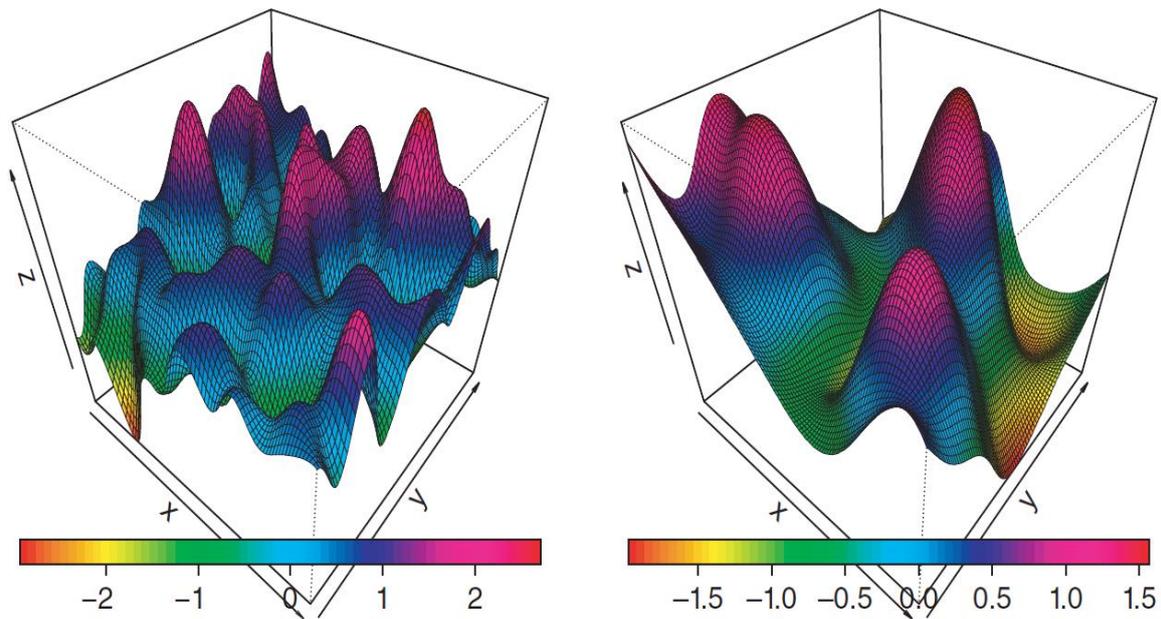


Figure I.13. Modèle gaussien (représentation 3d) : à gauche $a=0.1$; $m=1$; à droite $a=0.25$ $m=1$. [9]

I.4.7.2. Modèles sans palier: [8]

Ces modèles débordent du cadre fixé par l'hypothèse stationnaire d'ordre deux. Ils correspondent à des fonctions aléatoires intrinsèques strictes.

- **Modèle puissance :**

$$\gamma(r) = wr^\theta \quad \text{pour } 0 < \theta < 2 \quad (17)$$

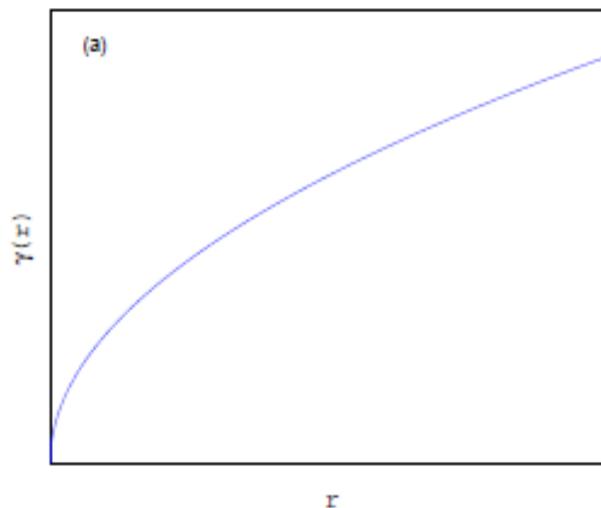


Figure I.14. Modèle puissance d'exposant ($\Theta = 0,5$). [5]

I.4.7.3. Modèles à effet de trou : [8]

L'effet de trou se manifeste lorsque le variogramme n'est pas monotone, mais présente une ou plusieurs oscillations. Celles-ci ont en général une interprétation physique qu'il convient de mettre en évidence (phénomène périodique "amorti" par exemple).

- **Modèle sinus cardinal de paramètre a et de palier C :**

$$\gamma(r) = C * \left[1 - \frac{\text{sin}\left(\frac{r}{a}\right)}{\frac{r}{a}} \right] \quad (18)$$

Pour information, la portée pratique est égale à 20,37 la. Le variogramme est pseudopériodique.

Il a un comportement parabolique à l'origine. D'autres modèles à effet de trou existent; certains font appel à la fonction **J** de Bessel, d'autres utilisent des sinusoïdes amorties par des exponentielles.

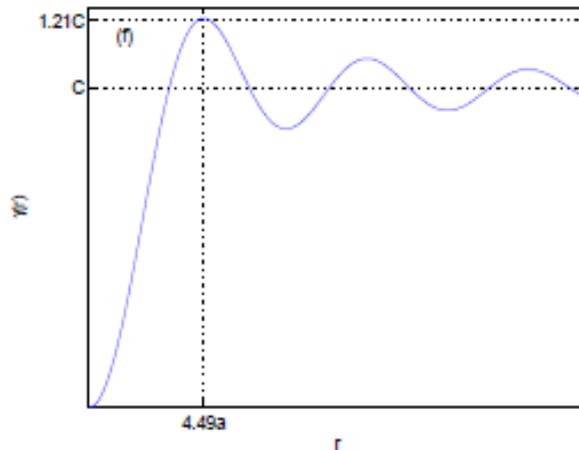


Figure I.15. Modèle à effet de trou. [5]

- **Modèle de Bessel :**

$$\gamma(r) = C * \left[1 - 2^\alpha \Gamma(\alpha + 1) \frac{\left(\frac{h}{a}\right) J_\alpha}{\left(\frac{h}{a}\right)^\alpha} \right] \quad (19)$$

Où : $\alpha \geq \frac{d}{2} - 1$, d : étant la dimension de l'espace .

J_α Est la fonction de Bessel d'ordre α .

Γ Est la fonction d'Euler interpolant la factorielle.

I.5. Méthodes d'interpolation : [5]

Dans le cas général, la variable régionalisée ne peut être représentée par une fonction mathématique explicite. Cependant, elle présente une structuration spatiale bien définie, avec une corrélation des valeurs prises en deux sites proches. Ceci rend possible la prévision d'une valeur inconnue à partir d'observations. On parle ainsi d'interpolation pour l'estimation de cette valeur. On parle d'extrapolation lorsque le site inconnu est situé hors des limites du domaine géographique engendré par l'échantillonnage des sites d'observation. Elles se divisent usuellement en deux groupes, et selon les modèles mathématiques sur lesquels elles reposent :

- **Méthodes déterministes :**

Elles reposent sur des propriétés purement mathématiques, généralement géométriques, sans tenir compte du phénomène physique qui nous intéresse

- **Méthodes stochastiques :**

Elles font appel à des modèles probabilistes et découlent de l'analyse statistique des données considérées. On parle donc de techniques qui utilisent la géostatistique.

On différencie également ces méthodes selon qu'elles soient globales ou locales. Une méthode globale consiste à calculer d'abord la moyenne de la variable généralisée sur le champ à partir de l'ensemble des observations disponibles ; une méthode locale réalise une estimation de cette moyenne sur une partie plus réduite du champ, voire en un site ponctuel.

Une méthode exacte conserve les valeurs des échantillons originaux, contrairement à une méthode approchée. Enfin, on parle d'effet d'écran lorsqu'une observation commande l'impact d'une autre observation lors de l'interpolation. L'influence de l'observation « écrantée » sera alors :

- Nulle dans le cas d'un écran total.
- Peu élevée dans le cas d'un écran partiel.
- Modérée dans le cas d'un écran faible.

I.5.1. L'interpolation déterministe :

I.5.1.1. L'interpolation déterministe globale : [5]

L'estimation globale vise à estimer d'abord la moyenne arithmétique d'un ensemble d'observations (valeurs de la variable régionalisée) dans un domaine géographique (le champ).

Cette estimation n'est pas triviale puisque les observations ne sont pas forcément représentatives et peuvent présenter une densité différente en fonction de la zone du champ, donnant alors une influence trop importante à certaines parties de la zone étudiée. Deux solutions sont alors envisageables. La première consiste en une sélection des données observées. Le problème réside alors dans le choix des observations à prendre en compte. Aucun critère objectif ne peut permettre d'être certain ni de la qualité e ni de la pertinence des observations choisies. Il y a une seconde solution consiste à pondérer l'ensemble des observations lors du calcul de la moyenne. Nous allons ici nous intéresser à des méthodes globales basées sur cette solution. Parmi ces méthodes on cite :

- Polygone de Thiessen
- Méthode des cellules

➤ **Méthode des cellules** : [5]

La méthode des cellules consiste à diviser le champ en cellules rectangulaires de la même taille, contenant chacune un nombre variable de sites d'observation. La pondération des observations lors de l'estimation globale est toujours réalisée à l'aide du nombre de sites contenus dans chaque cellule.

La procédure d'estimation est la suivante :

1. On calcule la moyenne des sites d'observations contenus dans chaque cellule.
2. On calcule ensuite la moyenne des moyennes de toutes les cellules, sans pondération.

L'estimation globale du champ étudié est donc donnée par la formule :

$$\hat{\mathbf{z}}(\mathbf{D}) = \frac{1}{\mathbf{N}} \sum_{\alpha=1}^{\mathbf{N}} * \left[\sum_{i_{\alpha}=1}^{n_{\alpha}} \vec{\mathbf{s}}(i_{\alpha}) \right] \quad (20)$$

Où : \mathbf{N} est le nombre de cellules de découpage du domaine \mathbf{D} contenant au moins un site d'observation,

$\vec{\mathbf{s}}(i_{\alpha})$ les sites d'observation localisés dans la cellule α .

En pratique, on répète l'algorithme plusieurs fois (5 à 10) avec plusieurs découpages pour d'obtenir une estimation globale indépendante du réseau.

Notons que si la taille des cellules est très petite, chacune contiendra au plus un site d'observation et les données auront toutes le même poids. Si la taille est trop grande, toutes les observations appartiendront à la même cellule et auront donc le même poids. Dans ces 2 cas,

l'estimation globale reviendra alors à calculer la moyenne arithmétique de toutes les observations.

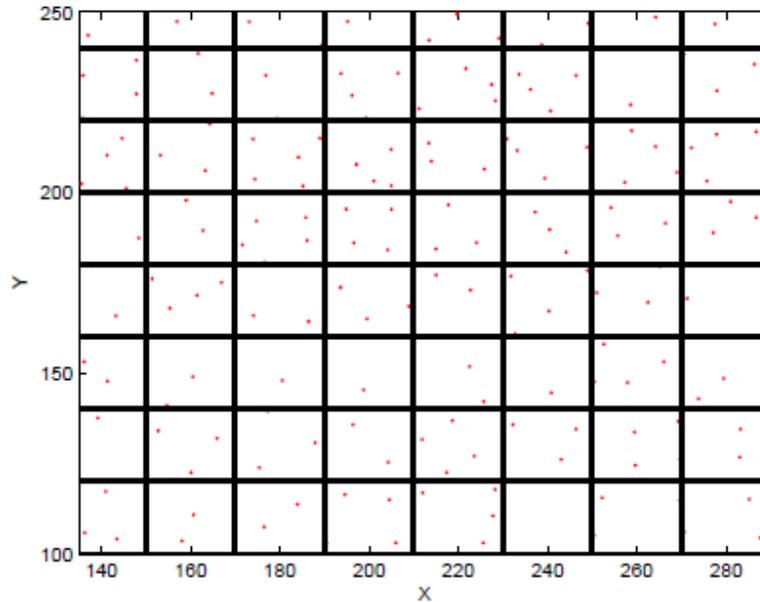


Figure I.16. Exemple de découpage en cellules. [5]

I.5.1.2. L'interpolation déterministe locale : [5]

Nous nous intéressons maintenant aux méthodes déterministes pour l'estimation locale et ponctuelle d'une valeur de la variable régionalisée. Cette estimation sera réalisée à partir de combinaisons linéaires des observations en tenant compte de leur disposition les unes par rapport aux autres mais aussi de la distance entre le secteur à estimer et les points de données.

- Interpolation à partir d'une triangulation
- Méthodes barycentriques
- Les surfaces de tendances

➤ Méthodes barycentriques :

N'étant pas limitées au voisinage direct du point d'intérêt, les méthodes barycentriques ont l'avantage de prendre en compte plus de données du champ d'observation. Un poids plus important est affecté aux sites les plus proches, un poids moindre aux sites plus éloignés.

- **Inverse des distances**

Cette méthode barycentrique est la plus employée. Elle consiste à attribuer un poids inversement proportionnel à la distance entre les sites et le point à estimer :

$$\hat{z}(\vec{s}) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{z(s_i)}{\|\vec{s}_i - \vec{s}\|}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\|\vec{s}_i - \vec{s}\|}} \quad (21)$$

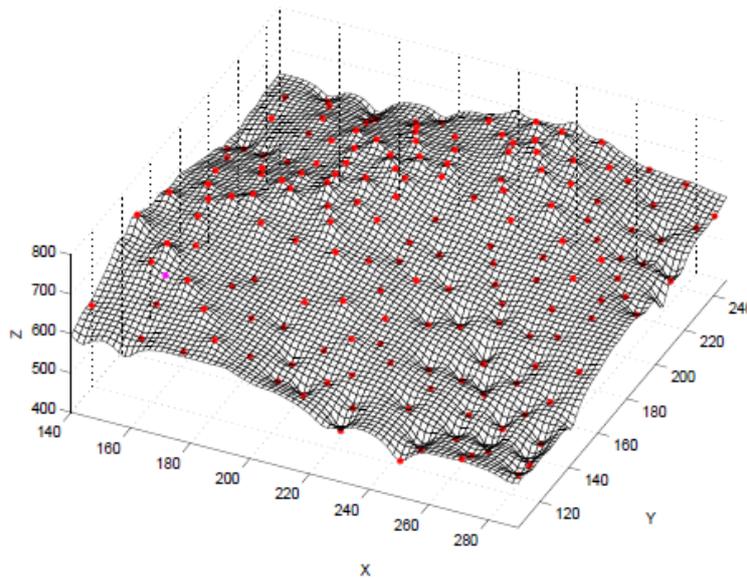


Figure I.17. Interpolation barycentrique par inverse des distances : application sur un champ d'observations. [5]

Cette méthode d'interpolation est exacte et fournit une surface continue. Les valeurs interpolées sont limitées par les valeurs minimale et maximale du champ d'observation, la pondération étant positive.

Mais il y a cependant quelques inconvénients. Elle est indifférente à la configuration géométrique des observations, seule la distance compte. Elle tend à surpondérer les données groupées alors qu'elles sont redondantes. Les cartes d'isovaleur présentent des structures en forme « **d'œil de bœuf** » autour des sites d'observation en raison de la grande influence du site le plus proche. Plus la puissance de la distance est élevée, plus cet effet est important.

On distingue nettement l'effet « d'œil de bœuf » lié à l'utilisation de cette méthode.

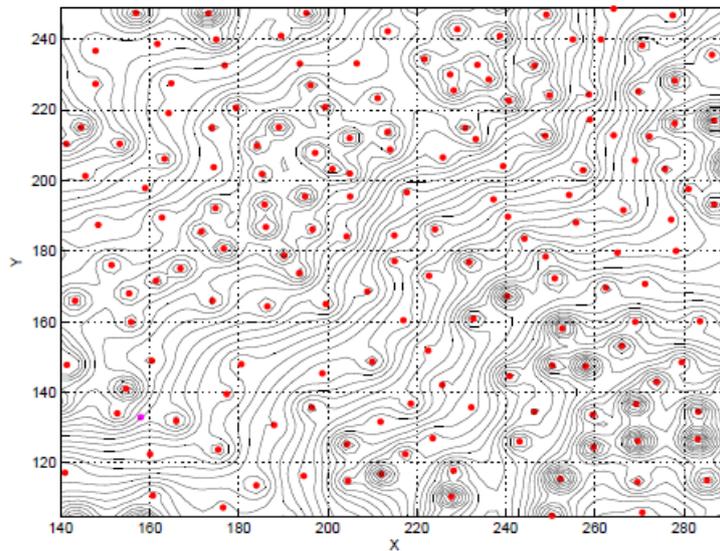


Figure I.18. Interpolation barycentrique par inverse des distances : application sur un champ d'observations - représentation par courbes de niveau, vue de dessus. [5]

- **Les surfaces de tendances :**

On cherche à ajuster par moindres-carrés une surface polynomiale aux valeurs observées. Cette surface se présente sous la forme :

$$\hat{z}(\vec{s}) = \hat{z}(x, y) = \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^{p-i} \alpha_{ij} x^i y^j \quad (22)$$

Où : p est le degré du polynôme ou ordre de la surface. Les α_{ij} sont obtenus par minimisation de la quantité $\sum_{i=1}^n [\hat{z}(\vec{s}_i) - z(\vec{s}_i)]^2$ par moindres-carrés par exemple. Il faut alors que le degré du polynôme vérifie $\frac{1}{2}(p+1)(p+2) \leq n$; L'inversion peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} x_1^0 y_1^0 & x_1^0 y_1^p & x_1^p y_1^0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^0 y_n^0 & x_n^0 y_n^p & x_n^p y_n^0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \alpha_{0,0} \\ \alpha_{0,p} \\ \alpha_{p,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} \quad (23)$$

On représente sur les figures suivantes, l'interpolation par des surfaces de tendance d'ordre respectif 2, 3 et 5.

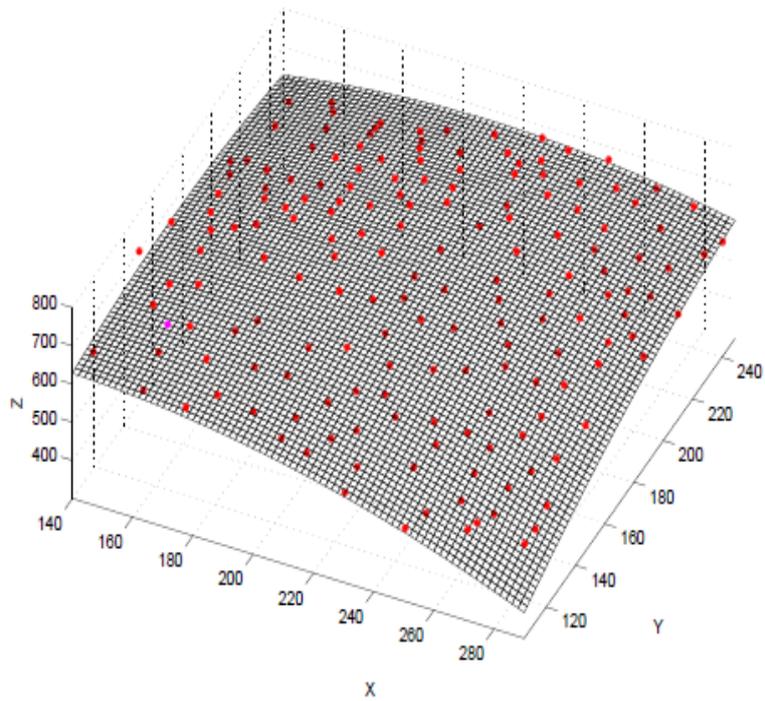


Figure I.19. Interpolation par une surface de tendance d'ordre 2 : application sur un champ d'observations. [5]

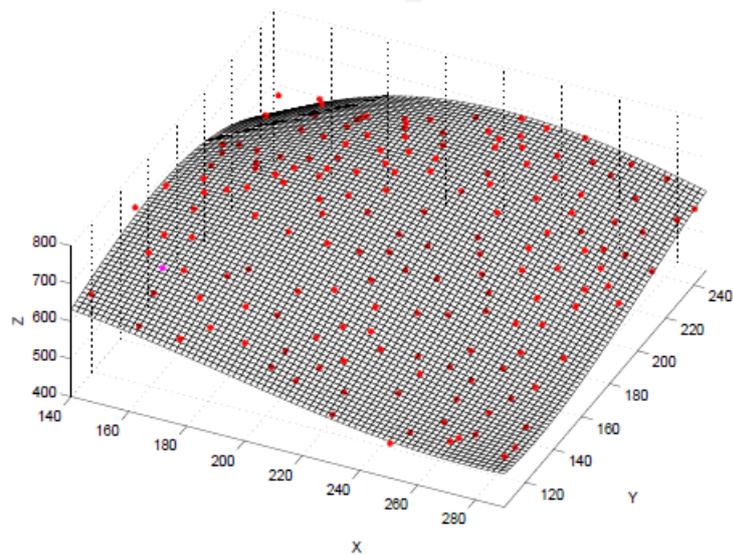


Figure I.20. Interpolation par une surface de tendance d'ordre 3 : application sur un champ d'observations. [5]

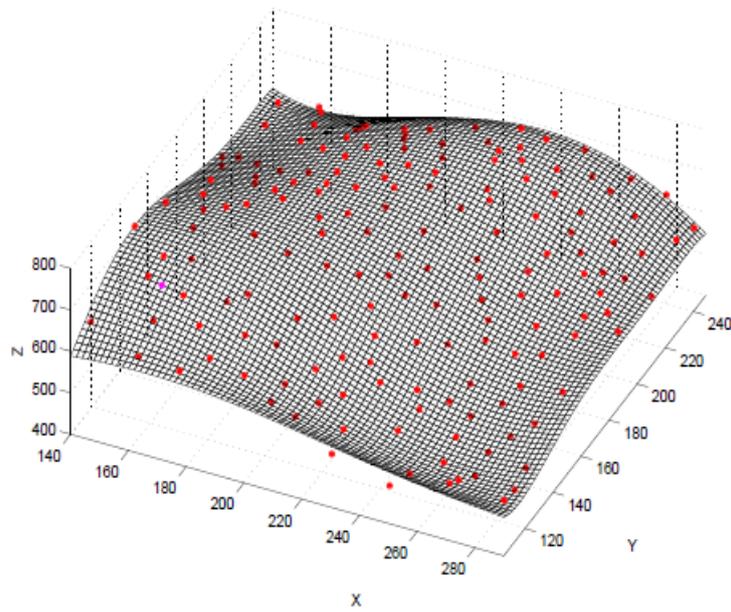


Figure I.21. Interpolation par une surface de tendance d'ordre 5 : application sur un champ d'observations. [5]

La solution est donc unique. L'interpolateur est approché. La durée du calcul dépend de l'ordre de la surface. Les tests statistiques concernant la significativité des résultats sont à utiliser avec Prudence car ils reposent sur une hypothèse d'indépendance des valeurs, ce qui est rarement vérifié dans le contexte spatial.

I.5.2. Méthodes stochastiques (probabiliste): [5]

L'utilisation des modèles probabilistes, pour décrire le comportement d'une variable aléatoire permet d'évaluer l'incertitude de la valeur estimée. Parmi ces méthodes, on cite la régression classique, le krigeage et les simulations stochastiques.

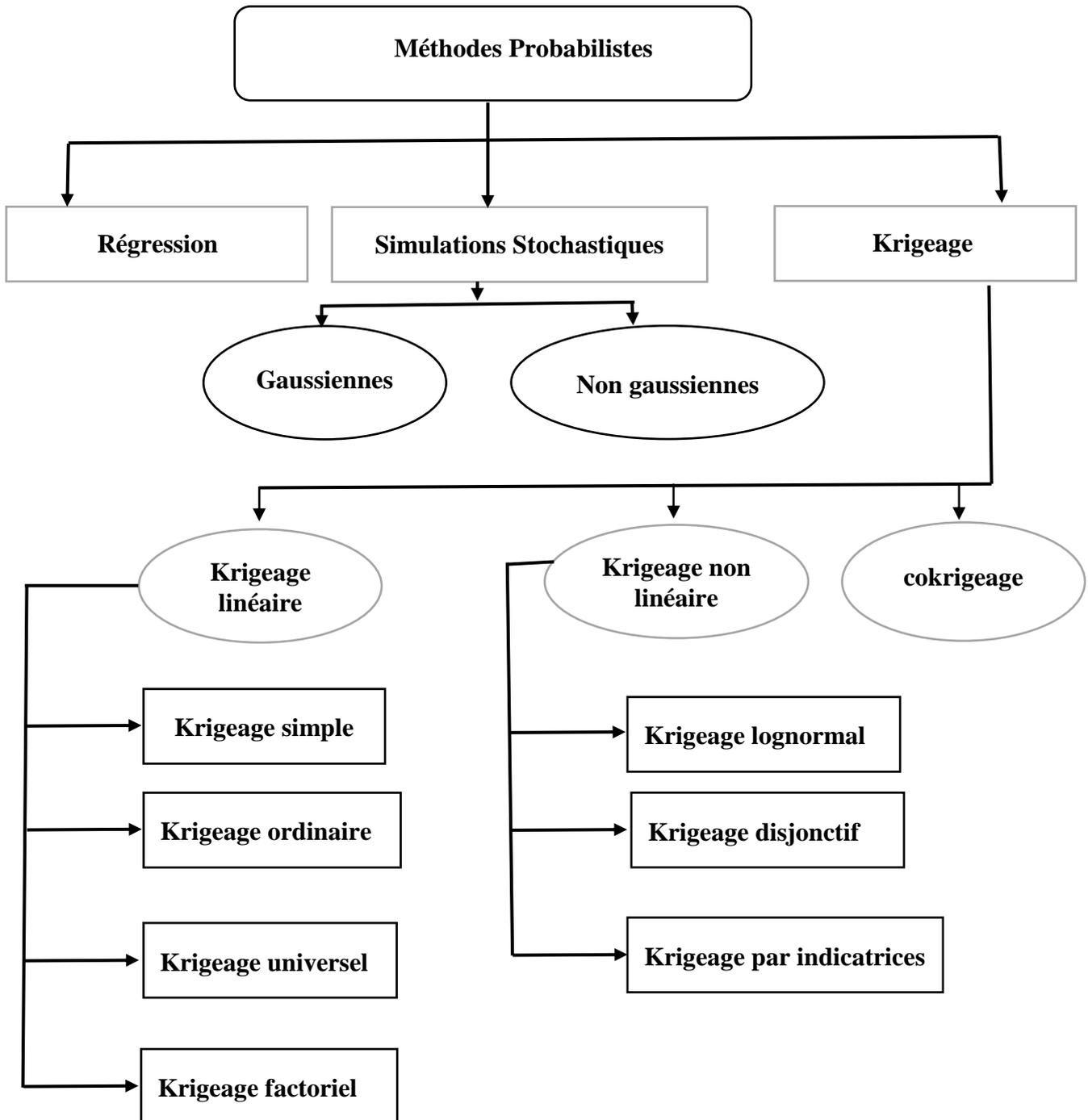


Figure I.22. Les différentes méthodes probabilistes. [17]

I.5.2.1. Le krigeage :

Le krigeage s'appuie sur l'interprétation de la variable régionalisée comme la réalisation d'une fonction aléatoire, dont on suppose modélisée la structure spatiale (covariance ou variogramme). Il s'agit en l'occurrence de rechercher, parmi les estimateurs linéaires, celui qui présente les "meilleures" propriétés (à savoir absence de biais et variance minimale). Mathématiquement, le krigeage n'est, ni plus ni moins, qu'une technique de régression multiple qui minimise l'erreur quadratique moyenne, à partir de données corrélées.

L'avantage du krigeage sur les techniques d'interpolation déterministes (interpolation linéaire ou polynomiale après triangulation de l'espace, splines, ...) est d'une part qu'il évite de commettre des erreurs systématiques dans l'estimation, et d'autre part qu'il fournit une variance d'estimation (c'est-à-dire une variance de l'erreur d'estimation, aléatoire dans le modèle probabiliste). Signalons dès à présent qu'il ne faut pas confondre la variance d'estimation avec un intervalle de confiance sur l'estimation, auquel on a l'habitude de se référer. La variance d'estimation constitue quand même un apport non négligeable, car elle permet d'apprécier quantitativement la précision de l'estimation. [8]

Suivant l'utilisation établie, les estimateurs de krigeage sont marqués d'un exposant astérisque (*). Dans les notations explicites complètes, l'estimateur de krigeage de $Z(\mathbf{x}_0)$ est de la forme :

$$Z^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha}(\mathbf{x}_0)Z(\mathbf{x}_{\alpha}) + \lambda_0(\mathbf{x}_0) \quad (24)$$

Où :

$\lambda_{\alpha}(\mathbf{x}_0)$ est un poids placé sur $Z(\mathbf{x}_{\alpha})$ et $\lambda_0(\mathbf{x}_0)$ est une constante qui dépend de \mathbf{x}_0 . Pour la brièveté, cette expression sera condensée à :

$$Z^* = \sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha}Z_{\alpha} + \lambda_0 \quad (25)$$

Étant entendu que la sommation est étendue sur tous les indices α dans S . Il faut garder à l'esprit que les poids λ_{α} dépendent de l'emplacement \mathbf{x}_0 où la fonction est estimée . [10]

La démarche générale de résolution des équations de krigeage se fait selon la démarche appelée **LAUO** qui comporte les étapes (contraintes) de linéarité, d'autorisation, d'universalité et d'optimalité qui doivent être suivies selon cet ordre. [12]

- **Contrainte de linéarité :**

La contrainte de base du krigeage est que la prévision prenne la forme d'une Combinaison linéaire des données. Elle doit donc s'écrire ainsi :

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{a} + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \quad (26)$$

Les poids λ_i et la constante a sont les inconnus du problème.

- **Contrainte d'autorisation :**

Il faut s'assurer que l'Espérance et la variance de l'erreur de prévision $\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)$ existent. Cette contrainte n'intervient que dans le cas où la fonction aléatoire du modèle de base est supposée stationnaire intrinsèque.

- **Contrainte de non-biais :**

La prévision par krigeage doit posséder la propriété d'absence de biais. Il faut donc que :

$$\mathbf{E}[\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)] = \mathbf{0} \quad (27)$$

- **Contrainte d'optimalité :**

Les poids λ_i et la constante \mathbf{a} sont déterminées de façon à minimiser $\mathbf{var}[\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)]$ sous les contraintes précédentes.

➤ **Krigeage ordinaire : [11]**

Le krigeage ordinaire (OK) est la technique d'estimation la plus courante utilisée pour l'estimation des ressources minérales. Il s'agit d'un estimateur linéaire univarié qui permet d'estimer une seule variable régionalisée dans les emplacements non échantillonnés par interet/ou extrapolation des valeurs connues au nœud cible non échantillonné.

La méthodologie du OK représente une variante de l'estimateur de régression linéaire de base, et sous une forme générale, elle est la suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{Z}^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{z}(\mathbf{x}_i) \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = \mathbf{1} \end{cases} \quad (28)$$

Où : \mathbf{n} : est le nombre expérimental pris en compte dans l'estimation

λ_i : Est le poids affecté au point expérimental \mathbf{x}_i

Les poids λ_i assigné à chaque donnée $\mathbf{Z}(\mathbf{x}_i)$, qui sont interprétés comme une réalisation de la variable d'intérêt régionalisée $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$, sont calculé en assurant la variance d'estimation minimale (erreur d'estimation) sous la contrainte de impartialité de l'estimateur.

Le système d'équations linéaires du krigeage ordinaire qui permet de calculer les poids de l'échantillon dans le cas du modèle de distribution intrinsèque assurant la conditions d'optimalité et d'impartialité de l'estimateur est le suivant :

$$\begin{cases} \sum_{\beta} \lambda_{\beta} \gamma(\mathbf{x}_{\beta} - \mathbf{x}_{\alpha}) - \mu = \gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{\alpha}) \\ \sum_{\beta} \lambda_{\beta} = \mathbf{1} \end{cases} \quad (29)$$

Où : le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte :

$$\sum_{\beta} \lambda_{\beta} = \mathbf{1} \quad (30)$$

$\gamma(\mathbf{x}_{\beta} - \mathbf{x}_{\alpha})$: sont les semi-variogramme entre les points de données.

Et $\gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{\alpha})$: est un semi-variogramme entre chaque point et le nœud cible.

La variance de l'erreur d'estimation, aussi appelée variance de krigeage ordinaire, est calculée comme suit :

$$\delta^2(\mathbf{x}) = \delta_0^2 - \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{\alpha}) - \mu \quad (31)$$

Où : δ_0^2 est la variance ponctuelle de la variable régionalisée $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$

Dans la notation matricielle, le système OK peut être représenté comme suit :

$$[\mathbf{W}] * [\boldsymbol{\lambda}] = [\mathbf{B}]$$

$$\text{Où : } [\mathbf{W}] = \begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{0}) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_N) & \mathbf{1} \\ \dots & \gamma(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{x}_\beta) & \dots & \mathbf{1} \\ \gamma(\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_\beta) & \dots & \gamma(\mathbf{0}) & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$\text{Et } [\boldsymbol{\lambda}] = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\text{Et } [\mathbf{B}] = \begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ \gamma(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ \gamma(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_0) \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (34)$$

Les poids de l'échantillon sont estimés en résolvant l'équation : $[\boldsymbol{\lambda}] = [\mathbf{B}] * [\mathbf{w}]^T$

➤ **Krigeage simple :**

Le krigeage simple est un estimateur linéaire univarié qui nécessite une connaissance a priori de la valeur moyenne (m) de la variable d'intérêt. Cette valeur moyenne fait partie du système de la (SK) et elle est utilisée avec les données disponibles (échantillons) pour estimer la teneur au nœud cible (emplacement non échantillonné).

$$\mathbf{Z}^*(\mathbf{x}) = \sum_i [\lambda_i \mathbf{Z}(\mathbf{x}_i)] + \mathbf{m}(1 - \sum_i \lambda_i) \quad (35)$$

Les poids λ_i sont calculés à l'aide du système SK des équations linéaires de manière à minimiser la variance de l'erreur d'estimation, qui est une condition d'une impartialité de kriging, et la somme de ces derniers n'égale pas à 1.

$$\sum_\beta \lambda_\beta \neq 1 \quad (36)$$

Le système de krigeage simple (SK) peut être écrit en termes de covariances. En utilisant les covariances le système SK peut être écrit :

$$\sum_b \lambda_b \mathbf{C}(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b) = \mathbf{C}(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b) \quad (37)$$

La variance d'erreur minimale (variance SK) est estimée comme :

$$\delta^2(\mathbf{x}) = \delta_0^2 - \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} C(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_0) \quad (38)$$

Où : δ_0^2 est la variance ponctuelle de la variable régionalisée $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$

Dans la notation matricielle, le système OK peut être représenté comme suit :

$$[\mathbf{W}] * [\boldsymbol{\lambda}] = [\mathbf{B}]$$

Où : $[\mathbf{W}]$ et $[\boldsymbol{\lambda}]$ sont les matrices des covariances et du poids:

$$[\mathbf{W}] = \begin{pmatrix} C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & \dots & C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_N) \\ \dots & C(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_{\beta}) & \dots \\ C(\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_1) & \dots & C(\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_N) \end{pmatrix}$$

Et la matrice des covariances entre les nœuds de données

$$[\boldsymbol{\lambda}] = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{pmatrix} C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ \vdots \\ C(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_0) \end{pmatrix} \quad (39)$$

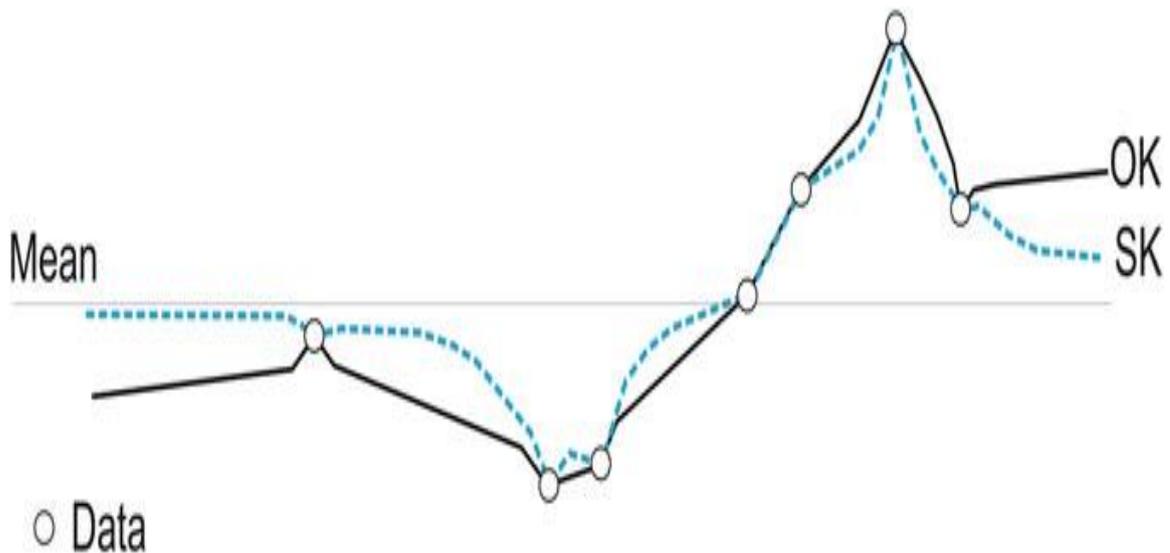


Figure I.23. La différence entre l'estimation par le krigeage simple (SK) et ordinaire (OK). [11]

I.6. Conclusion :

Au cours de ce chapitre, nous avons essayé de présenter les principes de mise en œuvre d'une analyse géostatistique, l'analyse variographique et les différents types de méthodes d'estimation déterministes et stochastiques.

Nous allons appliquer deux (2) méthodes dans notre travail, l'inverse des distances et le krigeage ordinaire.

CHAPITRE II : Présentation de la zone d'étude

II.1. Introduction :

Au cours de ce chapitre, nous allons présenter, la zone d'étude, la géologie régionale et locale du gisement de phosphate de Kef Essenoun détenus par la Société **SOMIPHOS** (Société des Mines de Phosphates) Filiale de **FERPHOS** group.

II.2. Situation géographique de Djebel Onk: [15]

La région de Djebel Onk est située au Sud – Est de l'Algérie, à 100 km de la Wilaya de Tébessa et à 20 km de la frontière Algéro – Tunisienne, sur la route qui relie Tébessa à El Oued (**Figure II.2**). Cette région constitue la limite géographique naturelle entre les hauts plateaux constantinois et le domaine saharien. Le massif de Djebel Onk forme un ensemble calcaire de 20 km de longueur qui culmine à 1198 m d'altitude au Djebel Tarfaya. Ce massif constitue l'extrémité orientale des monts de Nemencha qui prolonge vers l'Est le massif des Aurès. Les altitudes les plus basses au pied du Djebel Onk sont d'environ 635m.

La région de Djebel Onk est subdivisée en 5 secteurs miniers : (**Figure II.1**)

- Gisement de Djemijema,
- Gisement de Kef Essenoun,
- Gisement de Djebel Onk Nord,
- Gisement d'Oued Betita,
- Gisement de Bled El Hadba

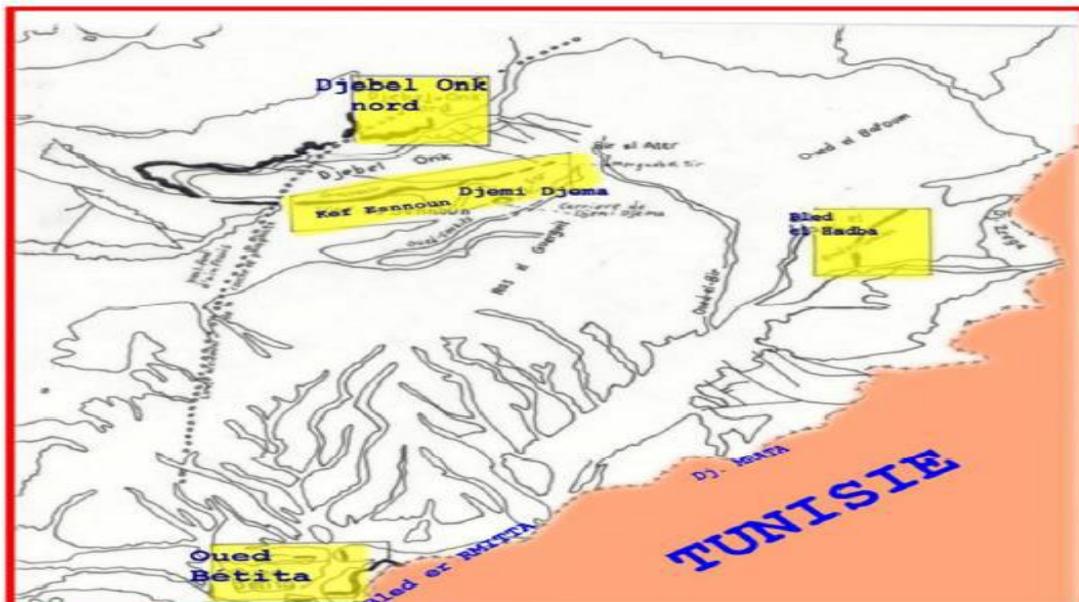


Figure II.1. Carte de situation géographique des gisements de Djebel Onk (D'après Prian et Cortial, 1993). [17]

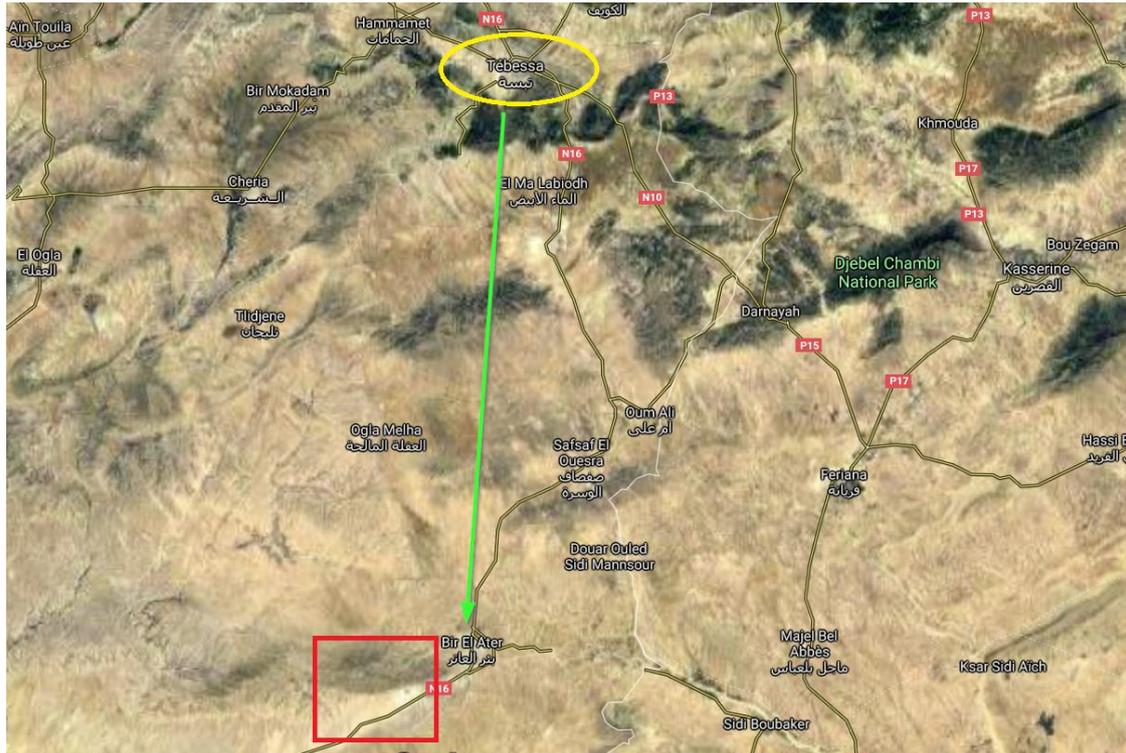


Figure II.2. Carte de situation géographique du complexe Djebel Onk (Google map).

- **Le climat**

Le climat est subaride, caractérisé par un régime continental avec deux saisons très nettes ; un hiver froid et rigoureux et un été où les températures peuvent dépasser 45°C. Les précipitations sont peu abondantes avec une moyenne de 300 mm / an. La population est peu dense. Sa situation économique s'est améliorée grâce à l'installation du complexe minier de Bir El Ater ; ce qui a contribué à l'agrandissement et au développement de la ville.

II.3. Géologie régionale : [17]

La stratigraphie de la région de Djebel Onk a été établie par Visse (1952). La série sédimentaire affleurant est exprimée par une succession stratigraphique allant du Crétacé supérieur (Maestrichtien) à l'Eocène moyen (Lutétien), surmontée par une série sabloargileuse continentale datée du Miocène et du Quaternaire.

II.3.1. Stratigraphie :

✓ Crétacé :

Ce sont les sédiments les plus anciens au cœur de l'anticlinal de Djebel Onk tectoniquement très accidentés. Seuls les dépôts du Maestrichtien y affleurent.

➤ Maestrichtien :

Les sédiments de cet âge, au cœur de Djebel Onk, sont représentés par des calcaires à silex et des intercalations de marnes (de 5 à 10 m). Ils représentent à leur partie supérieure, une surface taraudée, rubéfiée, facilement repérable dans la topographie.

✓ Paléogène :

Ce sont des sédiments marins représentés par des calcaires, des phosphates et de gypse, dans la région, le Paléogène atteint d'assez grandes épaisseurs de 350 m, les variations lithologiques et les restes des organismes ont permis d'en faire les subdivisions stratigraphiques suivantes :

➤ Danien :

Il est différent du Crétacé, il est conventionnellement adopté au contact calcaire Maestrichtien série argilo – marneuse. Cette différence lithologique est présentée par une subdivision en deux séries distinctes, où on note la séparation entre le Danien supérieur et le Danien inférieur. L'épaisseur totale du Danien est d'environ 100 m.

• Danien inférieur :

Il est représenté par des argiles marneuses schisteuses, de couleur grise foncée à brun vert, intercalé par des marnes dures et irrégulières. L'ensemble est traversé par des filons de gypses de différentes orientations.

- **Danien supérieur :**

Il est formé par des calcaires durs blancs, très fins souvent à cassure conchoïdale, avec des intercalations de marnes tendres, argileuses et schisteuses. Dans la partie supérieure du Danien, on note la présence d'un banc caractéristique de 1 à 2 m d'épaisseur, formé de calcaire beige à lumachelle surmontés par des marnes en plaquettes blanches. C'est dans cet étage qu'apparaissent les premiers minces niveaux (10 à 30 cm) de marne phosphatée.

- **Montien :**

Cet étage est marqué par la présence d'une série de calcaire, calcaires détritiques, calcaires à lumachelle avec des intercalations de marne et dolomie, ces sédiments se caractérisent par une absence ou une faible quantité de silex. Les huîtres sont abondantes, en bancs gris à noire.

- **Thanétien :**

C'est l'horizon porteur de la minéralisation. Il est visible sur le flanc de l'anticlinale de Djebel Onk avec une épaisseur de 72 m. Il se subdivise en deux parties :

- **Thanétien inférieur :**

Caractérisé par des schistes marneux irrégulièrement intercalés de calcaire. Ces schistes sont de couleur grise foncée à noir.

A la base, on trouve des conglomérats à gastéropodes, et des minces passées phosphatées et d'une série d'intercalation de marnes à faunes caractéristiques riche en matière organique.

Dans la partie supérieure du Thanétien inférieur apparaissent des intercalations phosphatées atteignant jusqu'à 2 m d'épaisseur, et très riche en matière organique surmontées par des calcaires et des marnes à gros gastéropodes. La puissance varie de 30 à 40 m.

- **Thanétien supérieur :**

Il débute par un niveau dolomitique à gastéropodes, sous – jacent à une couche phosphatée de 30 m d'épaisseur en moyenne à Djebel Onk et à Bled El Hadba, et qui diminue jusqu'à la disparition vers le Nord, l'Ouest et le sud de ce gisement se termine généralement par un niveau lumachellique.

La limite entre le Thanétien et l'Yprésien est obtenue seulement par le changement du faciès phosphaté à celui de calcaire marneux à une épaisseur de 0 à 50 m.

➤ **Yprésien**

Il repose directement sur les dépôts du Thanétien et affleure dans la carrière de DjemiDjema et au Nord du Djebel Onk, il a une épaisseur de 32 m, on note :

- **Yprésien inférieur :**

Il est représenté à la base, par des conglomérats marquant la limite avec le Thanétien et sous-jacent une couche à alternance de calcaire, marne, dolomie et de la couche phosphatée. On note la présence de couches minces de silex dans les calcaires. L'épaisseur moyenne de l'Yprésien inférieur est de 30 m au maximum.

- **Yprésien supérieur :**

Il est constitué par l'alternance de calcaires, calcaire dolomitique et marnes, sa puissance est de 2 à 3 m.

➤ **Lutétien**

Les formations de cet étage recouvrent en concordance les séries Yprésiennes ; elles sont répandues dans la région de Djebel Onk, on distingue :

- **Lutétien inférieur :**

Il est marqué par un changement de faciès où les marnes remplacent le calcaire, il est assez riche en matière organique.

- **Lutétien supérieur :**

Il est représenté par une alternance de marnes blanches et d'argiles, il est caractérisé par la présence de gypse, son épaisseur peut atteindre 100 m, ce type de faciès termine le cycle de la sédimentation marine Tertiaire inférieure (Paléogène).

✓ **Néogène**

Le Néogène est caractérisé par un faciès sablo – argileuse de type continental d'une puissance avoisinante à 600 m.

➤ **Miocène**

La datation des roches de Miocène a été faite grâce à la découverte des rares fossiles (*Helix Tissiti*), il est formé essentiellement par des sédiments représentés par des roches terrigènes (conglomérats, grés, sables, argile) et des schistes argilo – gréseux. Tandis que les sédiments de la région de Bled El Hadba sont composés de nombreux fragments silicifiés.

Le Miocène est subdivisé en trois unités de bas en haut :

- **Miocène inférieur :**

Débute par des conglomérats, sable à gros grain présentant une épaisseur d'une dizaine de centimètres à quelque mètre, surmontés par des sables blancs avec intercalation d'argile bruns, ou gris beige, sa puissance atteint plus de 200 m.

- **Miocène moyen :**

Il est constitué d'argile marron, d'argile à structure schisteuse, brune, la puissance est d'environ 100 m.

- **Miocène supérieur :**

On constate la présence des sables, grés à blanc de graviers, le matériel est très grossier nettement stratifié.

✓ **Quaternaire**

Les formations Quaternaires couvrent de vastes surfaces dans la région ; elles sont essentiellement représentées par des éboulis, de dépôts sableux éoliens, fluviaux et des dépôts alluviaux.

Chapitre II : présentation de la zone d'étude

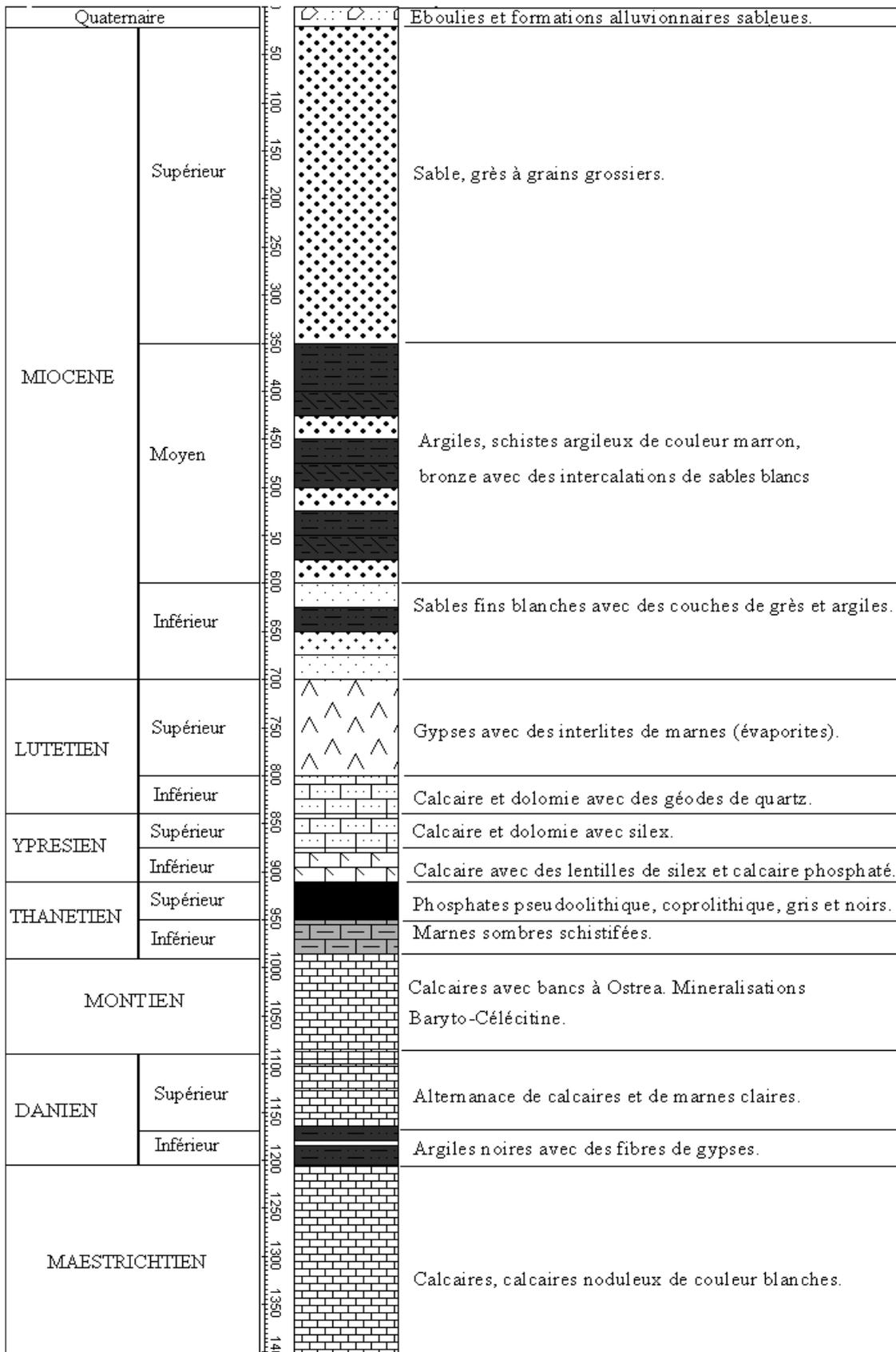


Figure II.3. Colonne lithostratigraphique de la région de Djebel Onk – Algérie orientale – (Cielensky et Benchernine, 1987). [17]

II.4. Géologie du gisement de Kef Essennoun: [14]

Toute la succession lithologique de Djebel Onk est rencontrée à Kef Essennoun, mais s'indifférencie, cependant, par une épaisseur verticale plus importante du faisceau phosphaté (jusqu'à 53 m dans le sondage 7). Le Thanétien qui est l'horizon porteur de la minéralisation est bien développé à Kef Essennoun, il est subdivisé en deux étages: le Thanétien inférieur et le Thanétien supérieur.

- Le Thanétien inférieur est représenté par une série de marnes schistifiées de couleur gris foncé à intercalations irrégulières de calcaire. Un niveau conglomératique à Gastéropodes et de minces passées phosphatées sont rencontrées dans la partie inférieure. Dans la partie sommitale, les phosphates sont surmontés par des calcaires et des marnes à gros gastéropodes.
- Le Thanétien supérieur est représenté par la couche productive, il a fait l'objet d'une étude poussée. Les résultats de cette étude sont présentés dans la partie minéralisation.

II.4.1. Tectonique : [14]

A l'issue des travaux de l'EREM, il a été établi que la géologie du gisement de Kef Essennoun est relativement simple. Les couches de phosphate plongeant monoclinalement vers le sud, elles ont une puissance de 30 m et parfois plus. Par contre, la zone d'affleurement présente une structure géologique compliquée.

Le gisement de Kef Essennoun est situé dans le prolongement de la retombée méridionale de la flexure antiforme de Djebel Onk dont la structuration majeure est due à la tectonique post-miocène. Il est caractérisé par une structure simple, qui se présente sous forme d'une table monoclinale à pendage régulier, sous un angle de 5 à 10° vers le Sud. Au sud de la table, on aperçoit une zone de rupture de pente où le pendage des couches atteint 20°. Une série de trois failles majeures de direction NNO-SSE traversent le gisement mais n'engendrent pas de déformations majeures sur la géométrie de la couche phosphatée. Par contre, dans la zone des dressants de Kef Essennoun, allongée N 75° E, la tectonique souple et cassante a entraîné un changement brusque du pendage de la couche phosphatée affleurant où l'angle de pendage est sub-vertical ou fortement incliné vers le sud-est ou le sud-ouest. Ces dressants, représentés par les formations du Paléocène (Danien- Montien et Thanétien) et de l'Eocène inférieur (Yprésien) correspondent à la zone de flexure faillée du flanc inverse de l'anticlinal de Djebel Onk. Au

Nord-est des dressants, la série est renversée et la couche de phosphate plonge suivant un angle de 30° à 60° vers le nord-ouest. Par contre dans la partie centrale des dressants, la couche de phosphate est en série normale et plonge vers le sud.

II.4.2. Caractérisation des différents faciès lithologiques : [21]

Le faisceau phosphaté du gisement de Kef Essennoun montre, d'une façon générale, les mêmes faciès lithologiques que celui de la région de Dj. Onk. En fonction de la nature de l'exogangue et sur la base de la typologie réalisée par Mezghache (1991) à partir des données géochimiques de l'EREM (Cielensky et al., 1988), différents types de minerais ont été déterminés:

- Minerai argilo-carbonaté : c'est un minerai à exogangue mixte, dolomitique et argileux renfermant des grains de glauconie. Il montre de teneurs élevées en P_2O_5 (26,84%) et des fortes teneurs en MgO (2,30%) et qui correspond au minerai Cl6 de la subdivision de Mezghache (1991). Ce minerai a été désigné par minerai type 1 (T1). C'est le type de minerai le plus dominant. Il représente 42,9% des ressources totales.
- Minerai carbonaté : l'exogangue est constituée essentiellement de la calcite et la dolomite. Il montre des teneurs assez élevées en P_2O_5 (24,14%) et des fortes teneurs en MgO (4,04%). Il correspond au minerai Cl8 de la subdivision de Mezghache (1991). Ce minerai a été désigné par minerai type 2 (T2). Il représente 24,8% des ressources de tout le gisement.
- Minerai argilo-siliceux : l'exogangue est constituée principalement des minéraux argileux, des hydroxydes de fer et des silicates d'aluminium. Il est très riche en P_2O_5 (27,81%) et à faibles teneurs en MgO (1,88%). C'est un minerai noir coprolithique riche en matière organique. Il correspond au minerai Cl5 de la subdivision de Mezghache (1991). Ce minerai a été désigné par minerai type 3 (T3). Il représente 19,6% des ressources totales. Il se localise dans la partie sud du gisement qui est la partie la plus profonde .
- Minerai dolomitique : l'exogangue est dolomitique. C'est le minerai le plus pauvre avec des faibles teneurs en P_2O_5 (18,46% en moyenne) et des teneurs élevées en MgO (7,19% en moyenne). Il correspond aux minerais de la dolomie sommitale et des alternances basales qui coïncide aux minerais Cl3 et Cl4 de la subdivision de Mezghache (1991). Ce minerai a été désigné par minerai type 4 (T4). Il représente 12,6% des ressources totales du gisement.

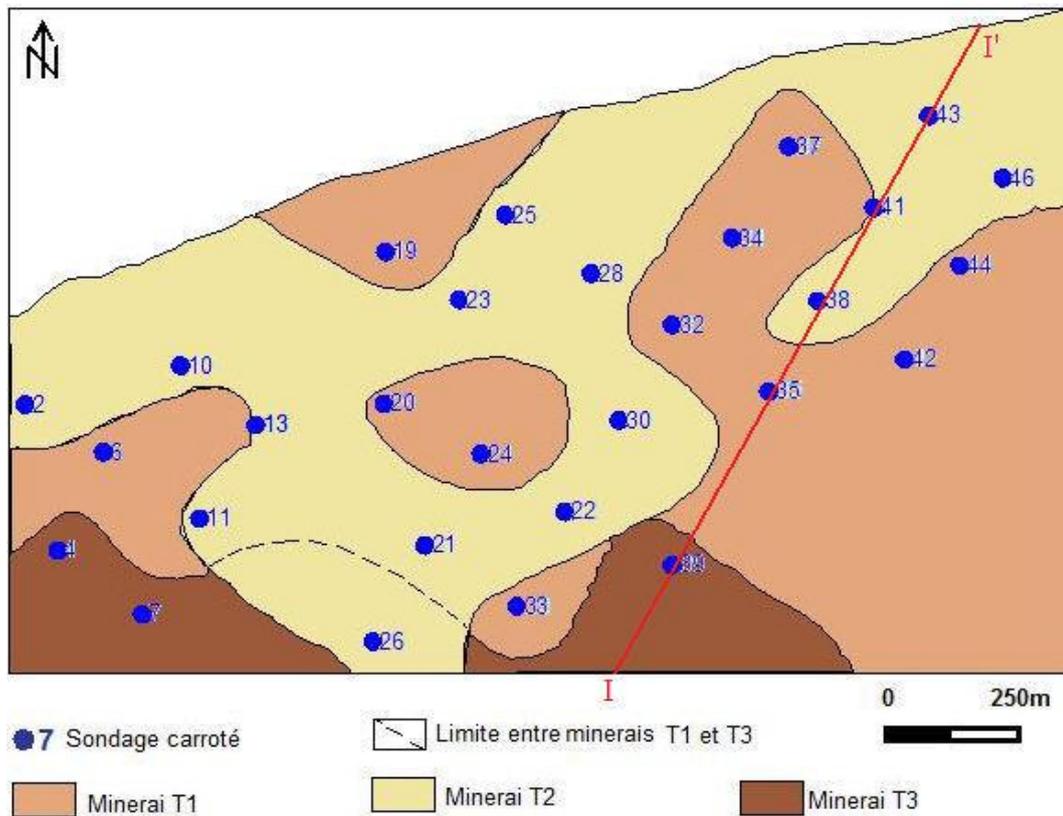


Figure II.4. Répartition latérale des minerais T1, T2 et T3 dans le gisement de Kef Essenoun – Dj. Onk – Algérie Orientale (Mezghache et al., 2004). [21]

II.5. Conclusion :

L'étude géologique et particulièrement la géologie structurale du gisement de Kef Essenoun nous montre que dans ce gisement, l'horizon phosphate est une couche sédimentaire d'une épaisseur moyenne de 30 m et d'âge Thanetien supérieur. L'étude structurale de la couche phosphatée, a montré que cette dernière plonge sous un pendage (6° à 12°), la couche phosphate forme une bande d'affleurement orientée NE – SO qui s'enfonce vers l'ouest sous les calcaires à silex de l'ypresien et les sable du miocène. Cette couche est constituée de la superposition de trois sous-couches - sommitale, principale et basale.

La zone de Kef Essenoun est affectée par une série de failles et décrochement horizontaux à grand rejet 70 à 140 m orientés Est _Ouest qu'ont subdivisé le terrain en 4 blocs et des failles secondaires à petits rejets de 5 à 20 m de direction N_E.

CHAPITRE III : Estimation des réserves et biais conditionnel de l'IDW

III.1. Introduction :

L'inverse des distances (IDW) (inverse distance weighting) est une méthode d'interpolation déterministe locale. Son principe est d'attribuer un poids inversement proportionnel à la distance entre les points connus et le point à estimer.

Le but principal de ce chapitre est de faire une validation croisée entre les valeurs estimées par l'IDW et les valeurs vraies obtenues par analyse chimique. Le degré de similitude des valeurs estimées et des valeurs vraies nous renseigne sur la qualité de l'estimateur.

Enfin, nous allons estimer les réserves du gisement de Kef Essennoun par la méthode de la distance inverse, et nous allons voir différentes statistiques.

III.2. Aperçue sur les travaux d'exploration : [14]

Travaux d'exploration effectués par l'EREM, au cours de l'année 1986. Les sondages carottés ont été réalisés à la maille de 250m x 300m (Fig. 14). Le sondage le plus profond est le S-7 (250 m), situé au Sud-ouest du gisement. Le moins profond est le S-25 (76,1m) implanté à proximité de la bande d'affleurement des dressants de Kef Essennoun. Tous les sondages ont traversé la couche phosphatée jusqu'au mur, à l'exception du sondage S-14 qui n'a recoupé que 13,5 m à cause d'un accident technique survenu au moment du forage. En outre, l'EREM a réalisé, dans la zone des dressants, 22 trachées notées Tr22 à Tr44 avec une profondeur de 1 à 2 m, une largeur de 1 m et une longueur en fonction de l'épaisseur de l'affleurement de la couche de phosphate.

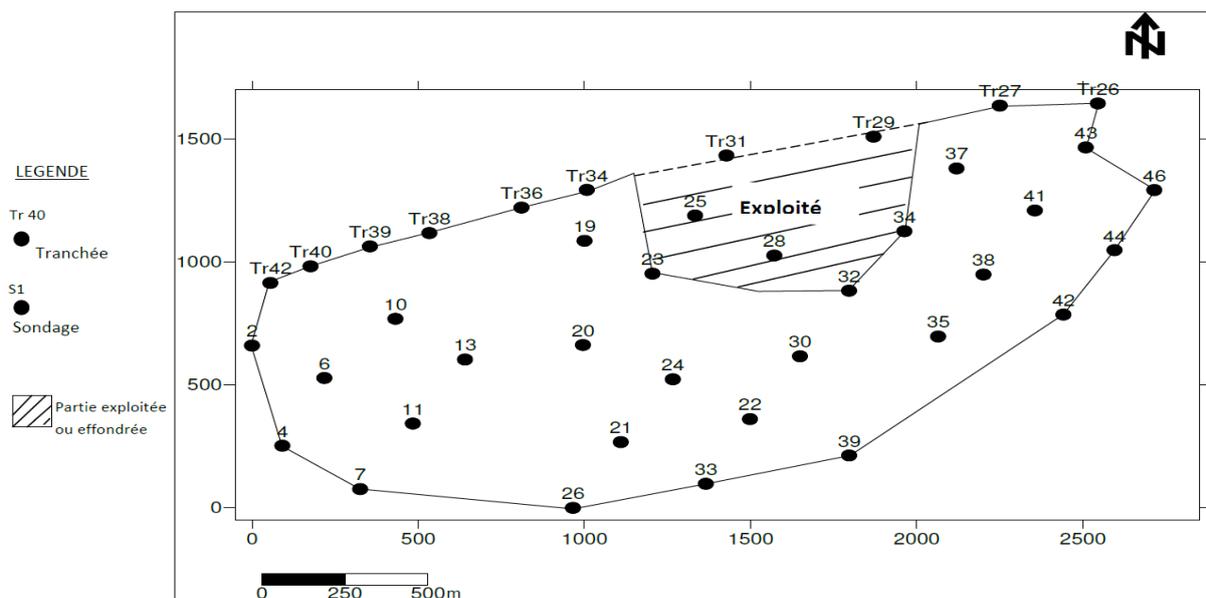


Figure III.1. Situation des sondages et tranchées du gisement de Kef Essennoun. [14]

III.3. Présentation du logiciel SURPAC : [18]

SURPAC est un logiciel de géologie et de planification minière le plus populaire au monde, qui comprend divers modules allant du forage, de l'arpentage, de la conception des puits, des géostatistiques et du contrôle de qualité, la modélisation des blocs, la modélisation solide, la conception à ciel ouvert, le design souterrain, le logiciel est facile à utiliser grâce aux graphiques 3Ds puissants et à l'automatisation du flux de travail qui peut être aligné sur les processus et les flux de données spécifiques à l'entreprise.

Aussi il est très flexible car les valeurs générées dans SURPAC peuvent être utilisées dans une variété d'autres logiciels (Autocad, MineSight, Data Mines, Whittle, MineSched... etc).



Figure III.2. L'icône de logiciel SURPAC ;

L'interface de SURPAC se compose de 10 zones différentes :

1. Menue
2. Barres d'outils
3. Navigateur
4. Volet d'aperçu
5. Volet Légende
6. Graphiques
7. Volet Propriétés
8. Volet Calques
9. Barre d'état
10. Fenêtre Message

La (Figure III.3) suivante montre l'interface graphique du SURPAC.

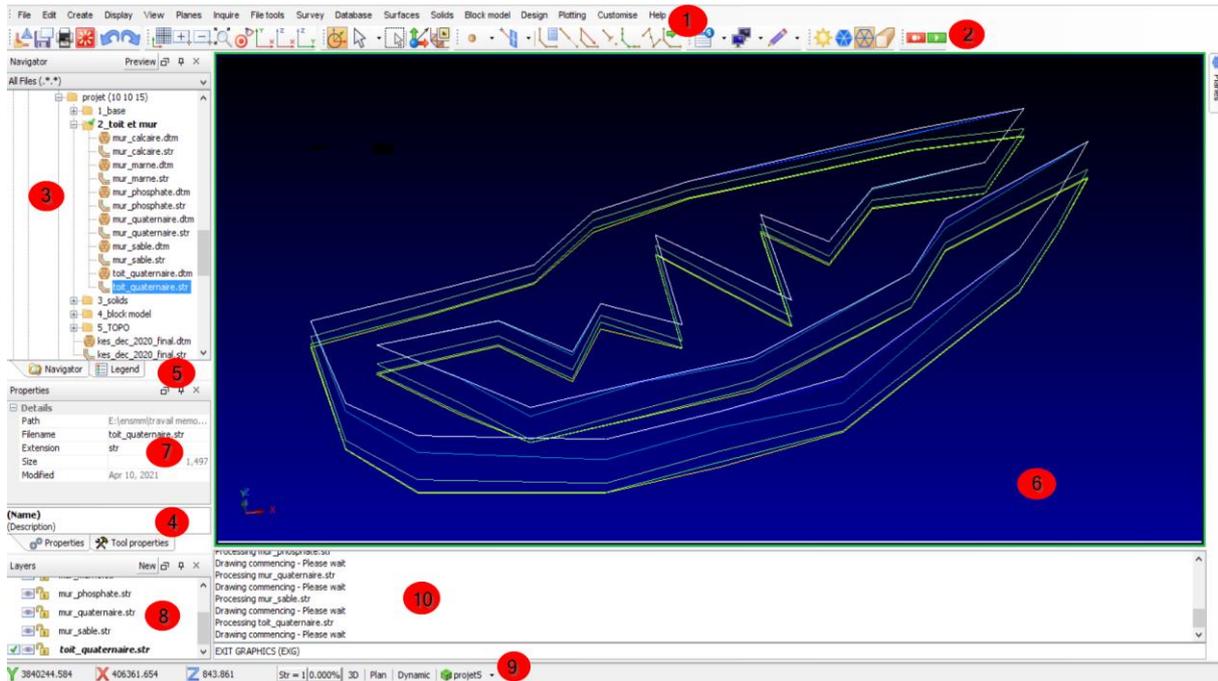


Figure III.3. L'interface de SURPAC.

III.4. Création de la base des données :

Le point de départ d'une étude géostatistique (estimation) consiste à créer la base de données des forages, celle-ci et spéciale à chaque logiciel, dans SURPAC, la base de données constitue à partir de 4 tableaux EXCEL sous la forme CSV, où vous importer ces 4 tableaux dans ACCES, ça dépend de la méthode d'affichage.

Ces tableaux sont obtenus à partir de rapport des sondages font par l'EREM (entreprise nationale de recherche minière). Ces tableaux sont :

Les deux tableaux obligatoires :

- « **COLLAR** » : contient le nom de trou, les coordonnées X, Y, Z, et la profondeur.
- « **SURVEY** » : contient le nom de trou, l'azimut, le pendage et la profondeur.

La (Figure III.4) suivante montre le tableau « COLLAR ».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	hole_id	x	y	z	max_depth							
2	N_02	404551	3840257	740.82	115.4							
3	N_04	404617	3839872	724.04	202							
4	N_06	404760	3840120	733.3	127.5							
5	N_07	404841	3839694	715.42	250							
6	N_10	404988	3840330	749.78	100.2							
7	N_11	405015	3839931	731.91	160							
8	N_13	405187	3840163	745.4	111.8							
9	N_14	405240	3839764	723.18	153.7							
10	N_17	405343	3840393	758.2	82.2							
11	N_18	405419	3839994	732.67	130							
12	N_19	405575	3840587	783.04	89.5							
13	N_20	405545	3840195	743.66	110.7							
14	N_21	405635	3839821	734.24	156.9							
15	N_22	406028	3839883	733.49	150							

Figure III.4. Le tableau « COLLAR ».

La (Figure III.5) suivante montre le tableau « SURVEY ».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	hole_id	dip	azimuth	max_depth								
2	N_02	-90	0	115.4								
3	N_04	-90	0	202								
4	N_06	-90	0	127.5								
5	N_07	-90	0	250								
6	N_10	-90	0	100.2								
7	N_11	-90	0	160								
8	N_13	-90	0	111.8								
9	N_14	-90	0	153.7								
10	N_17	-90	0	82.2								
11	N_18	-90	0	130								
12	N_19	-90	0	89.5								
13	N_20	-90	0	110.7								
14	N_21	-90	0	156.9								
15	N_22	-90	0	150								

Figure III.5. Le tableau « SURVEY ».

Et les autres sont optionnelles :

- « ASSAY » : contient l'analyse chimique par tiers.
- « GEOLOGY » : contient les différentes couches géologiques qui caractérise le forage.

III.4.1. Affichage des trous de forage :

La base de données géologiques dans la (**figure III.6**) montre l'emplacement de tous les 32 trous de forage dans l'espace, selon les différentes couches géologiques qui caractérisent chaque trou de forage.

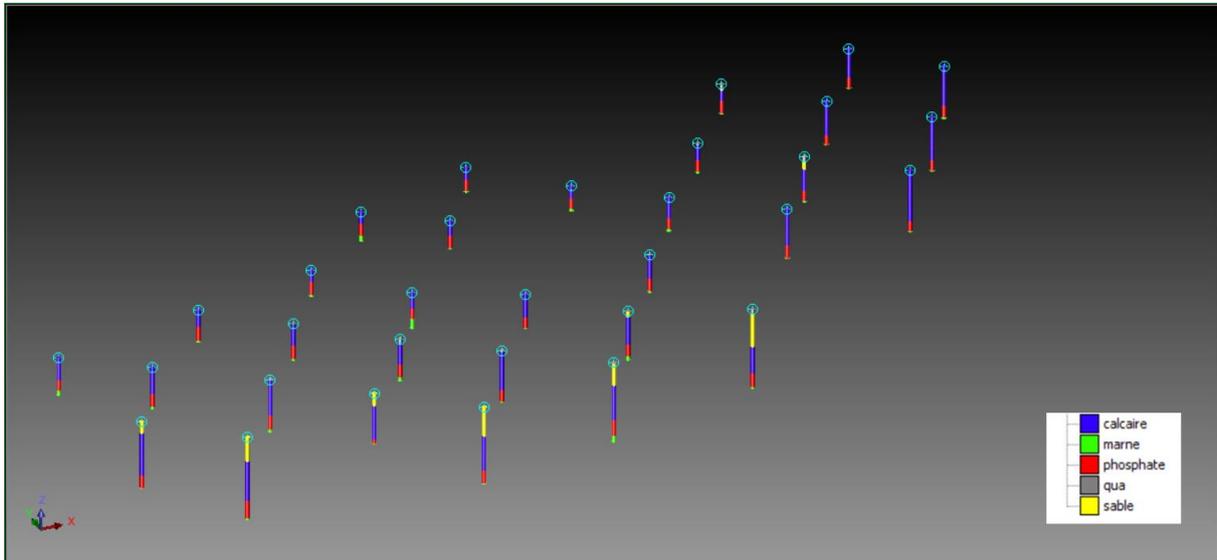


Figure III.6. Implantation des sondages de prospection dans le logiciel SURPAC.

La (**Figure III.7**) suivante montre l'implantation des trous de forage selon la teneur en P_2O_5 .

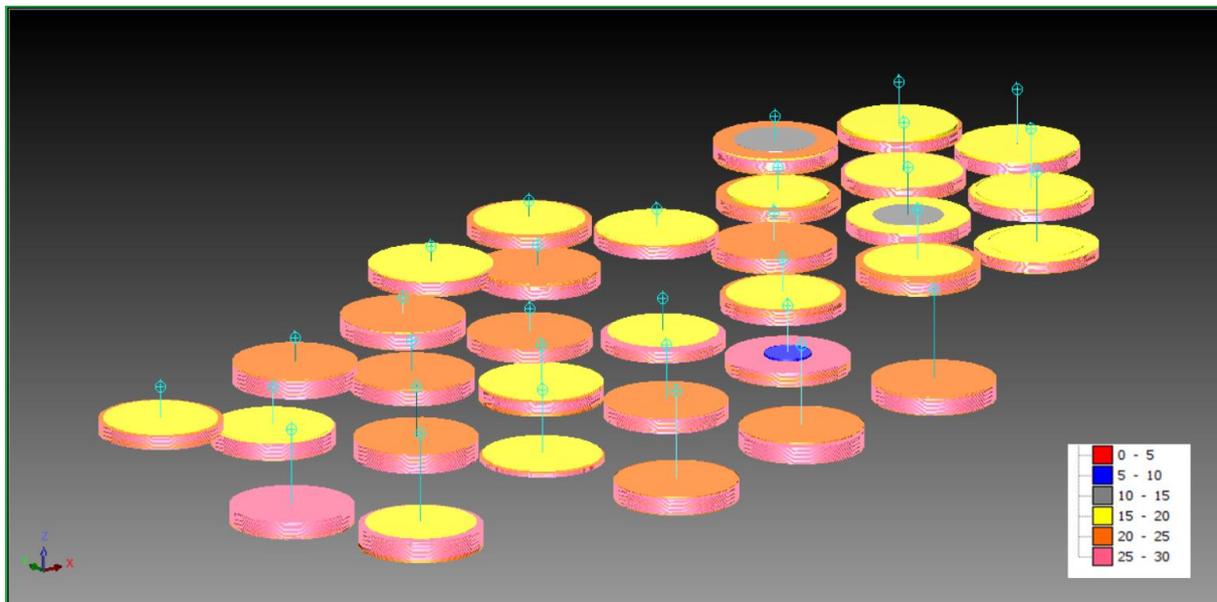


Figure III.7. Implantation des trous de forage selon la teneur en P_2O_5 .

III.5. La création du solide de gisement :

Un modèle solide est une triangulation tridimensionnelle de données, formé par la création du toit et mur de chaque solide, et enfin le remplissage du vide entre ces deux surfaces forme notre modèle solide qui représente les différentes couches géologiques. Les surfaces et les solides porte l'extension. dtm dans le logiciel SURPAC .



Figure III.8. Extension du solide dans SURPAC.

Les formes résultantes peuvent être utilisées pour:

- La visualisation
- Le calcul de volume
- L'extraction de coupes dans n'importe quelle orientation
- L'intersection avec des données provenant des modules de la base de données géologique. [18]

III.5.1. La création des toits et murs des couches géologiques :

Le principe de la création des surfaces est très simple, on dessine un chemin tel qu'il passe par tous les forages, ensuite appelle la fonction de la création des surfaces à partir des droites.

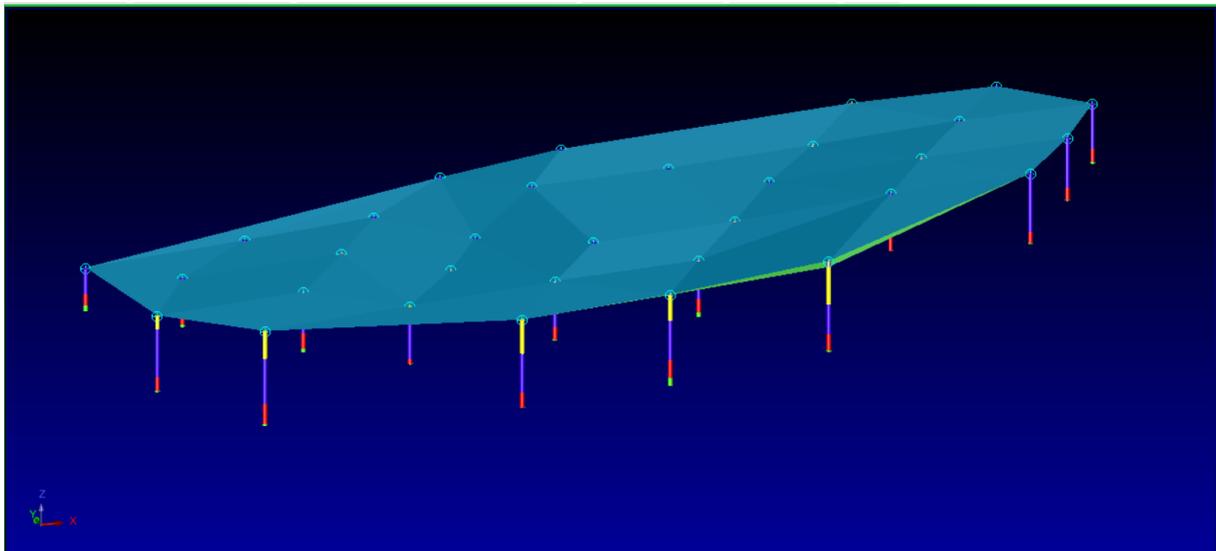


Figure III.9. Le toit est le mur de la couche du quaternaire.

La (Figure III.10) suivante montre le mur de la couche du sable.

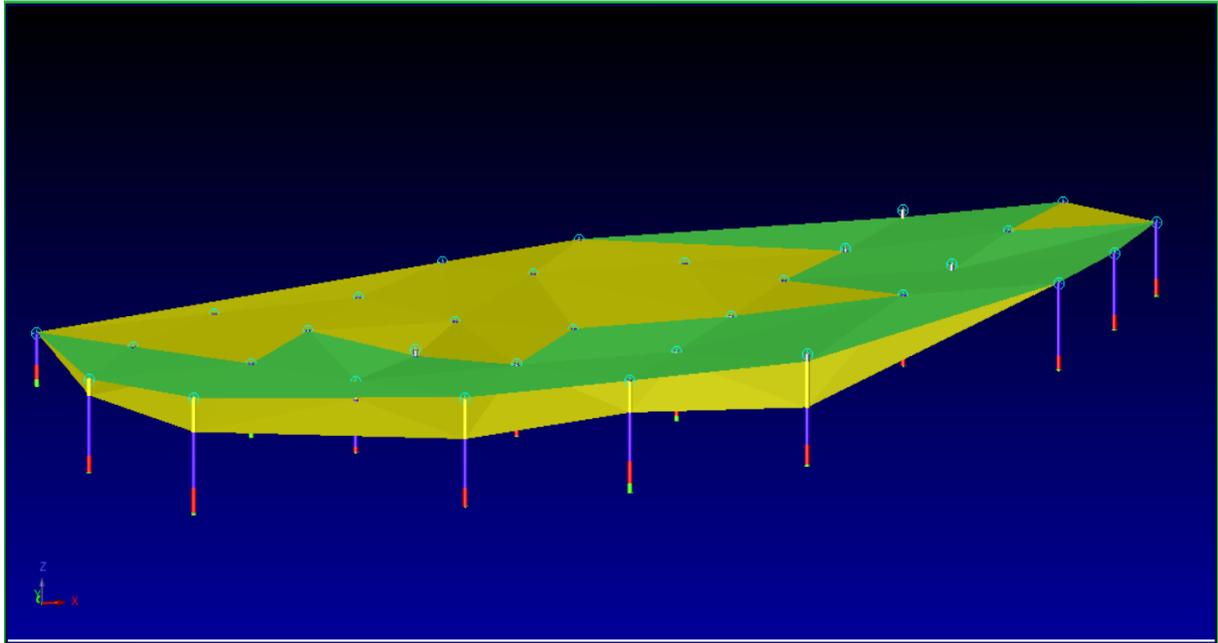


Figure III.10. Le mur de la couche du sable.

La (Figure III.11) suivante montre le toit et le mur de la couche calcaire.

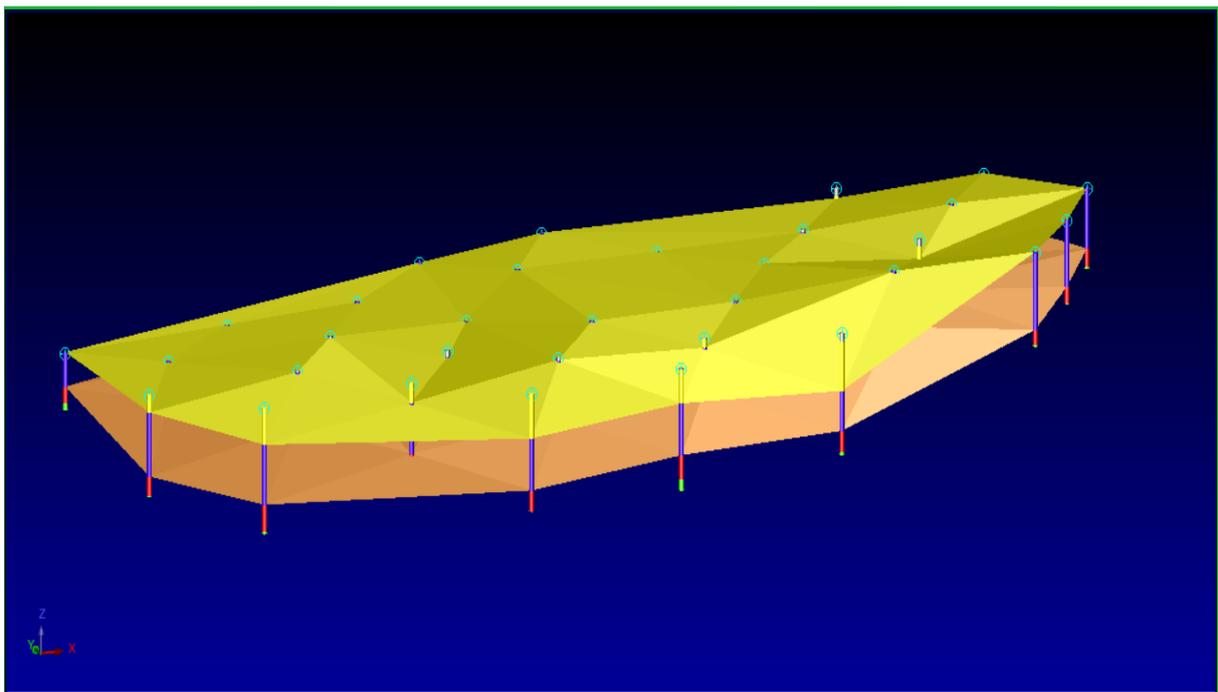


Figure III.11. Le toit et le mur de la couche du calcaire.

La (Figure III.12) suivante montre le toit et le mur de la couche de phosphate.

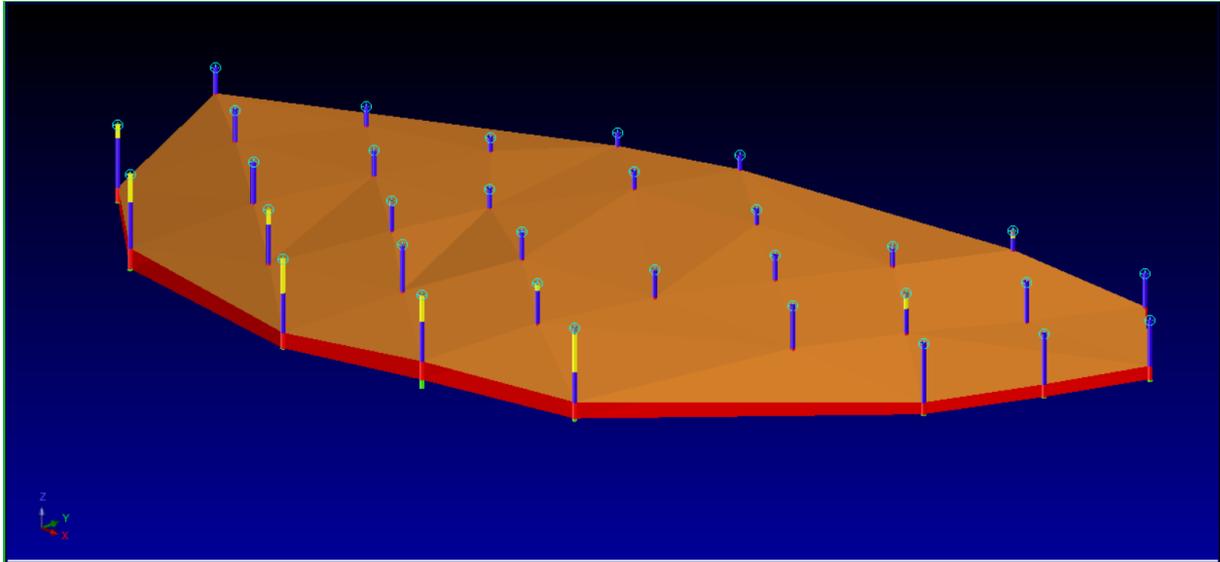


Figure III.12. Le toit et le mur de la couche du phosphate.

La (Figure III.13) suivante montre le toit et le mur de la couche de la marne.

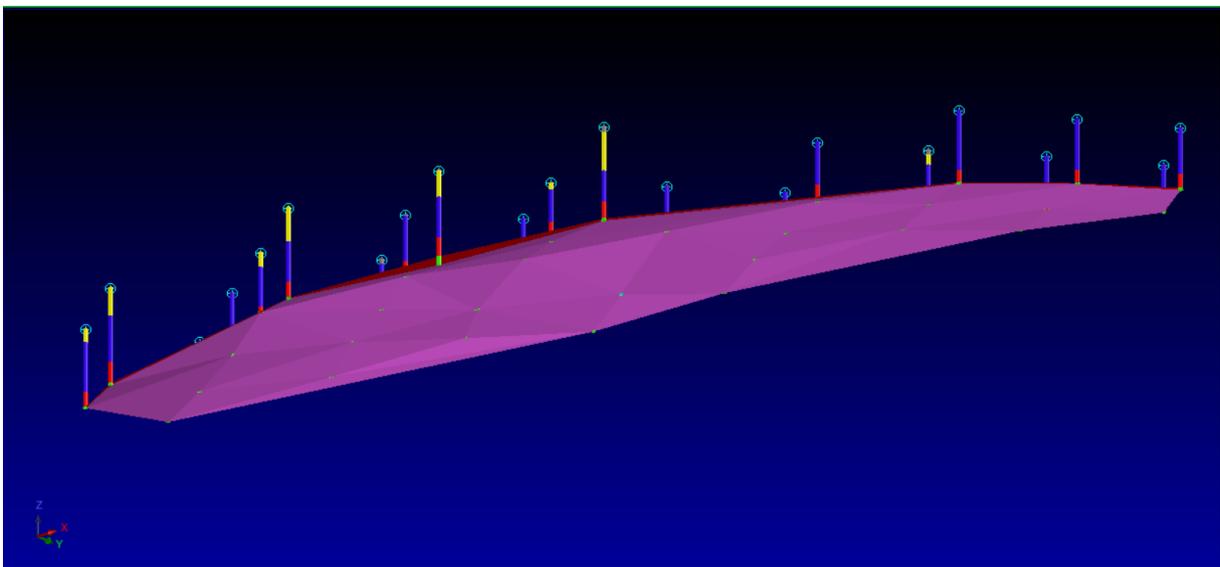


Figure III.13. Le toit et le mur de la couche de la marne.

III.5.2. Le remplissage du vide par le solide:

Après qu'on a créé le toit et le mur de chaque couche, on fait le remplissage du vide créé par les deux surfaces par le solide et on obtient les couches géologiques. Pour la simplification on a représenté les 3 couches de phosphate par une seule couche.

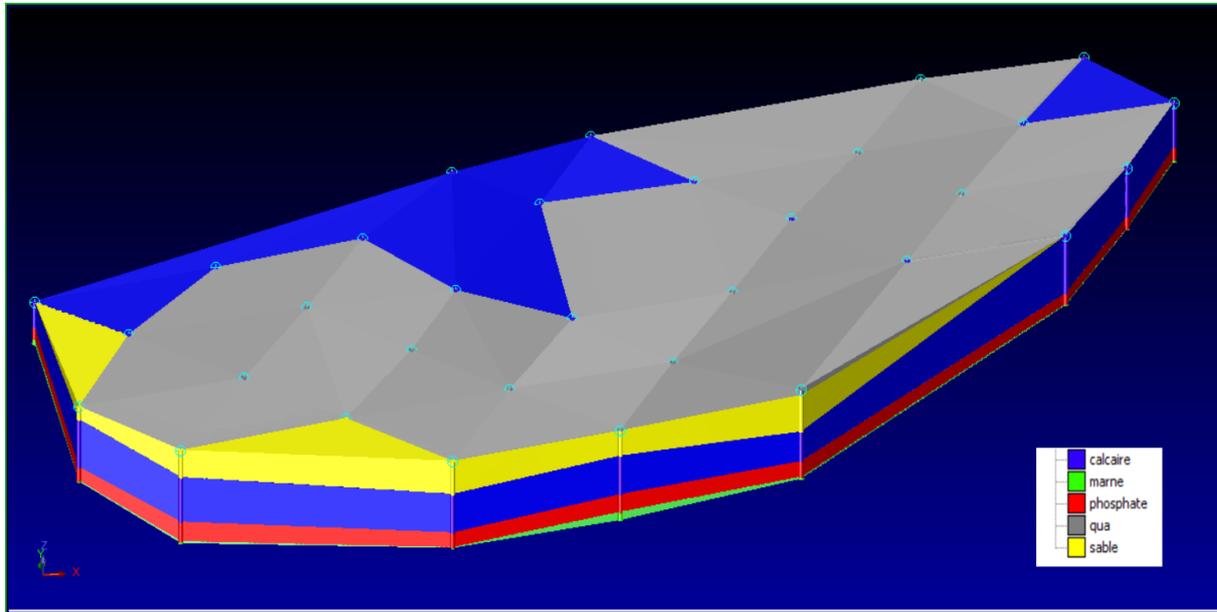


Figure III.14. Le solide totale (toutes les couches géologiques).

III.6. Création de modèle de bloc :

La visualisation de modèles géologiques ou un modèle de blocs est un élément important de la modélisation des ressources. La taille des blocs devrait être déterminée en fonction de l'espacement des données de forage et d'autres considérations techniques. Les blocs plus grands sont plus faciles à estimer que les blocs plus petits en ce sens que les teneurs prévues sont plus susceptibles d'être proches de la teneur réelle du bloc. D'autre part, une taille de bloc trop grande n'est pas utile pour l'optimisation de la mine et la planification de la mine.

D'après Journel et Huijbregts (1978), les petits blocs produiront un lissage artificiel du modèle. Les petits blocs adjacents recevront à peu près la même qualité si les mêmes données de forage sont utilisées pour les estimer. Une taille de bloc trop grande par rapport à la grille de données de forage ne permettra pas d'utiliser pleinement la résolution disponible à partir des données de forage. Dans le contexte de la simulation géostatistique, l'espacement des nœuds de la grille et la taille finale des blocs ne dépendent pas de l'espacement des données. [13]

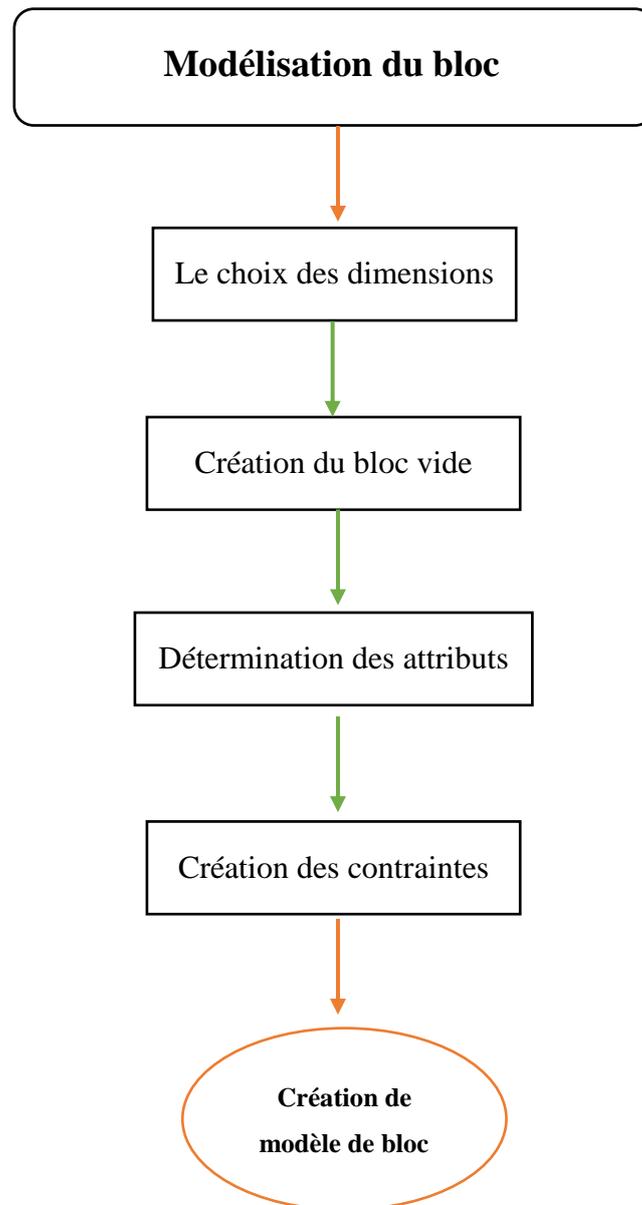


Figure III.15. Schéma des étapes de la création du modèle de bloc.

III.6.1. Création du modèle de bloc vide :

Pour notre modèle, d'après les données de trous de forage et d'après les coordonnées max selon X, Y et Z, on a choisi la taille de bloc suivante :

- 10 selon X.
- 10 selon Y.
- 15 selon Z.

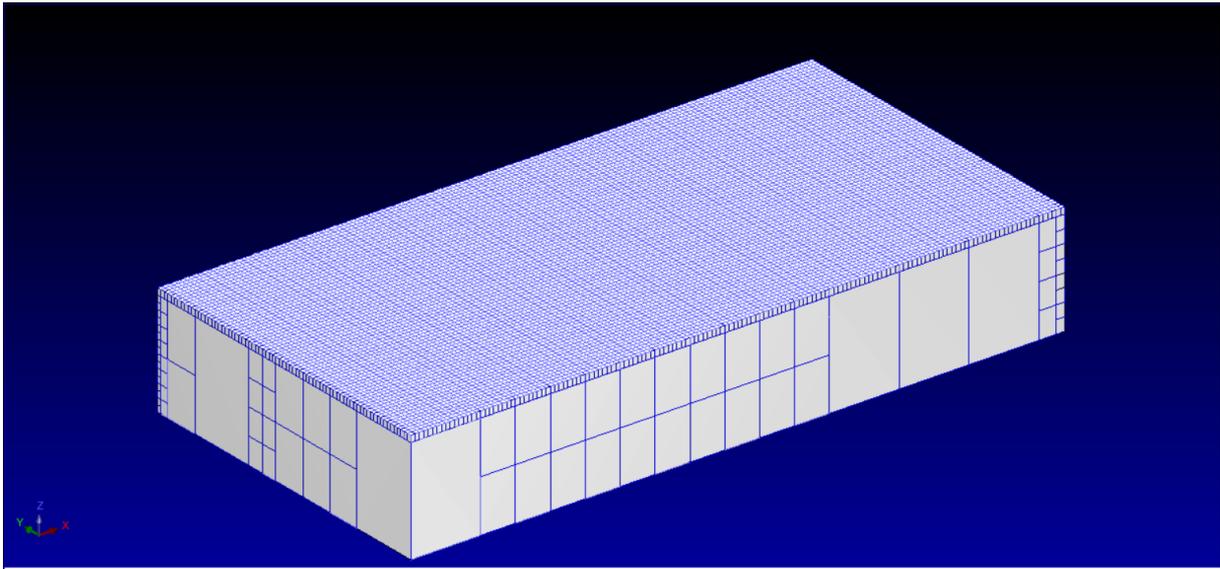


Figure III.16. Le modèle de bloc vide.

III.6.2. La saisie des attributs – propriétés :

Ceux-ci sont créés pour définir les propriétés à modéliser. Ces attributs sont attribués à chaque bloc, par exemple le type de la roche, sa densité, et le pourcentage en P_2O_5 et en MgO , les propriétés ou attributs peuvent contenir des valeurs de caractères ou numériques.

Attributs

	Name	Type	Decimals	Background	Description / Expression
1	densité	Real	2	0.00	
2	mgo	Real	2	0.00	
3	p2o5	Real	2	0.00	
4	rock	Character	-	vide	

Figure III.17. Liste de attributs.

III.6.3. Application des contraintes au modèle du bloc : [18]

Les contraintes sont des combinaisons logiques d'opérateurs spatiaux et d'objets. Vous pouvez utiliser les contraintes pour contrôler la sélection des blocs à partir desquels vous récupérez des informations et effectuerez des interpolations.

Il est possible d'appliquer des contraintes simples et complexes au modèle de bloc pour :

- Remplir le modèle de bloc avec des valeurs
- Produire des rapports
- Voir les modèles dans les Graphiques
- Charger une partie limitée du modèle de bloc selon le besoin

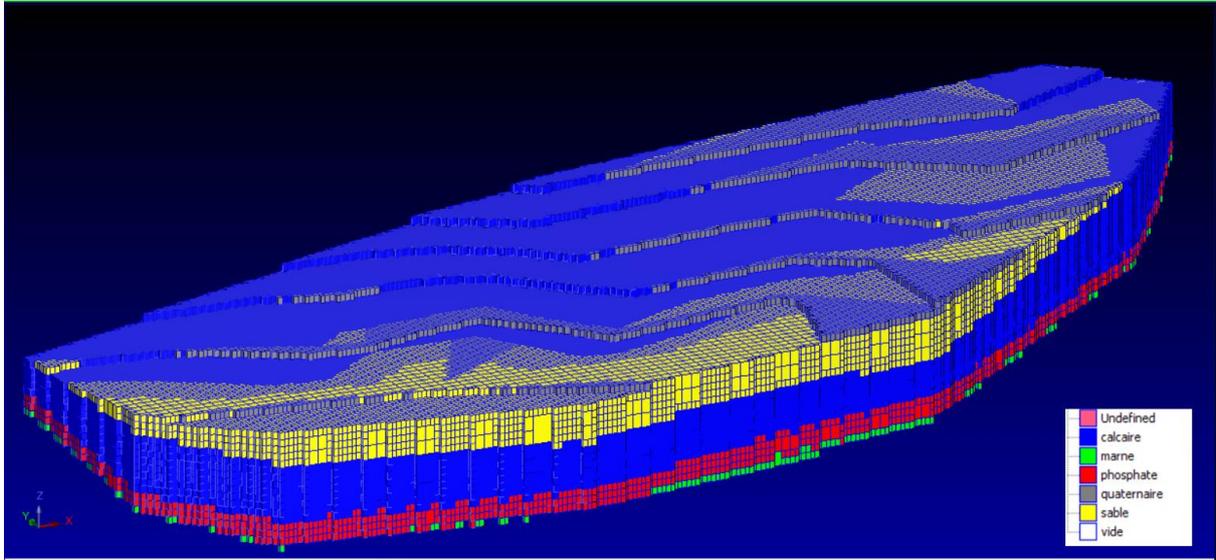


Figure III.18. La contrainte vide (les couches).

La (**Figure III.19**) suivante montre la couche de phosphate.

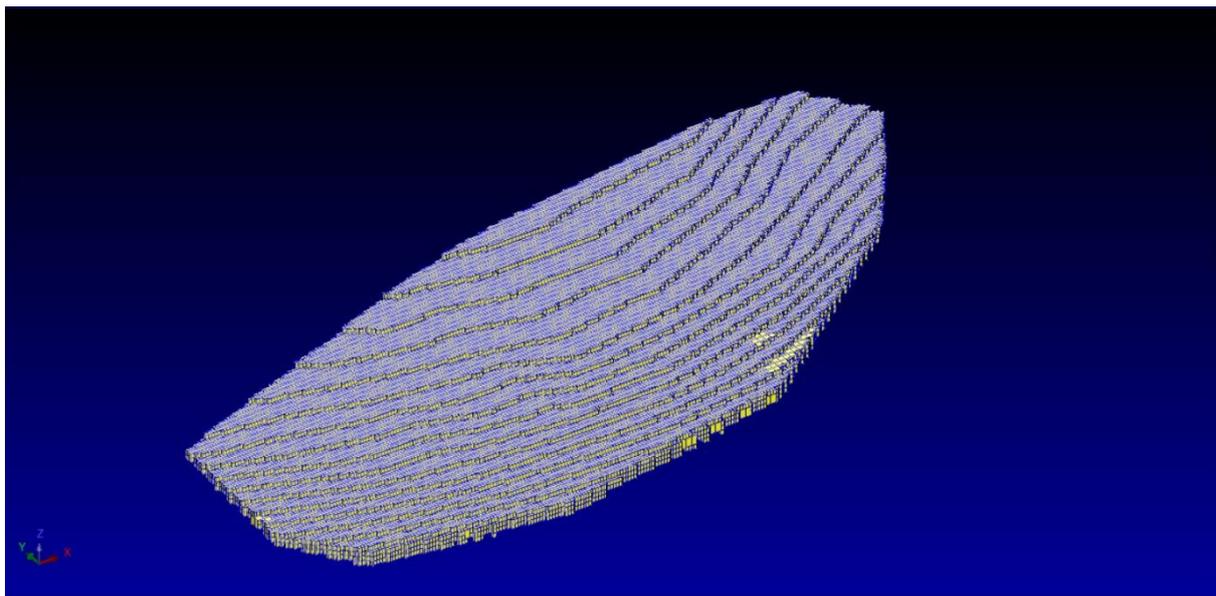


Figure III.19. La couche de phosphate.

III.7. L'estimation des teneurs en P_2O_5 et en MgO par l'IDW :

Le produit final important d'une évaluation géostatistique est un « modèle » ou un ensemble de points dans l'espace qui contiennent des valeurs estimées. L'une des méthodes d'estimation des valeurs aux points d'un modèle est l'estimation de l'inverse de distance.

Pour faire une estimation par la méthode de l'inverse de distance, on est besoin de la composite des 2 paramètres essentiels pour nous qui sont : les teneurs en P_2O_5 et les teneurs en MgO .

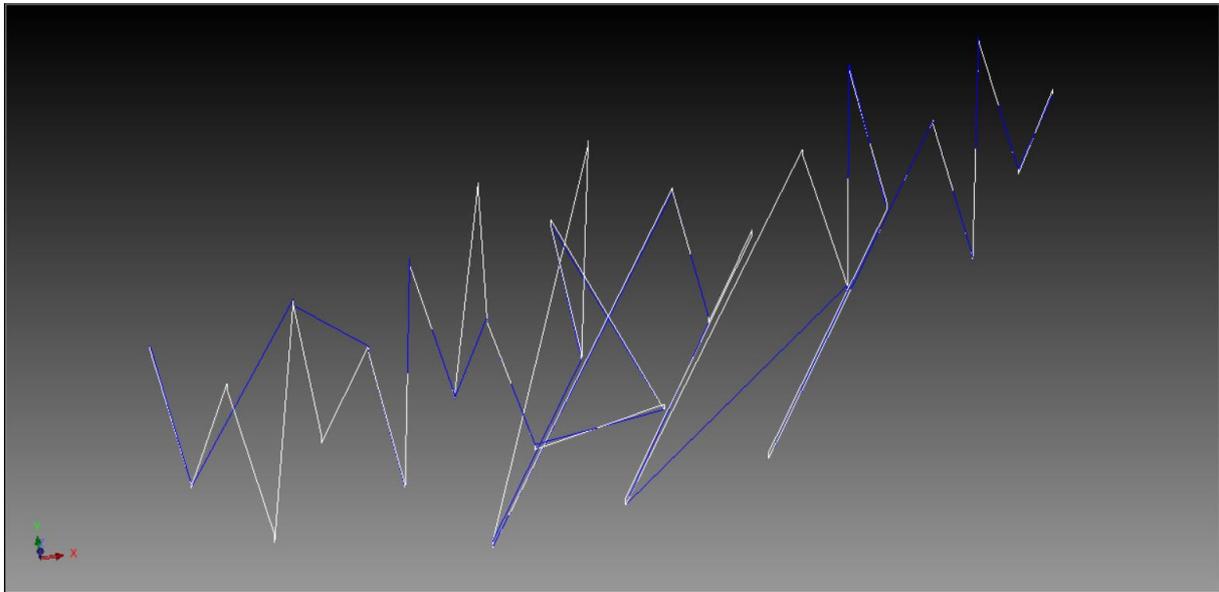


Figure III.20. Composite des teneurs en P_2O_5 .

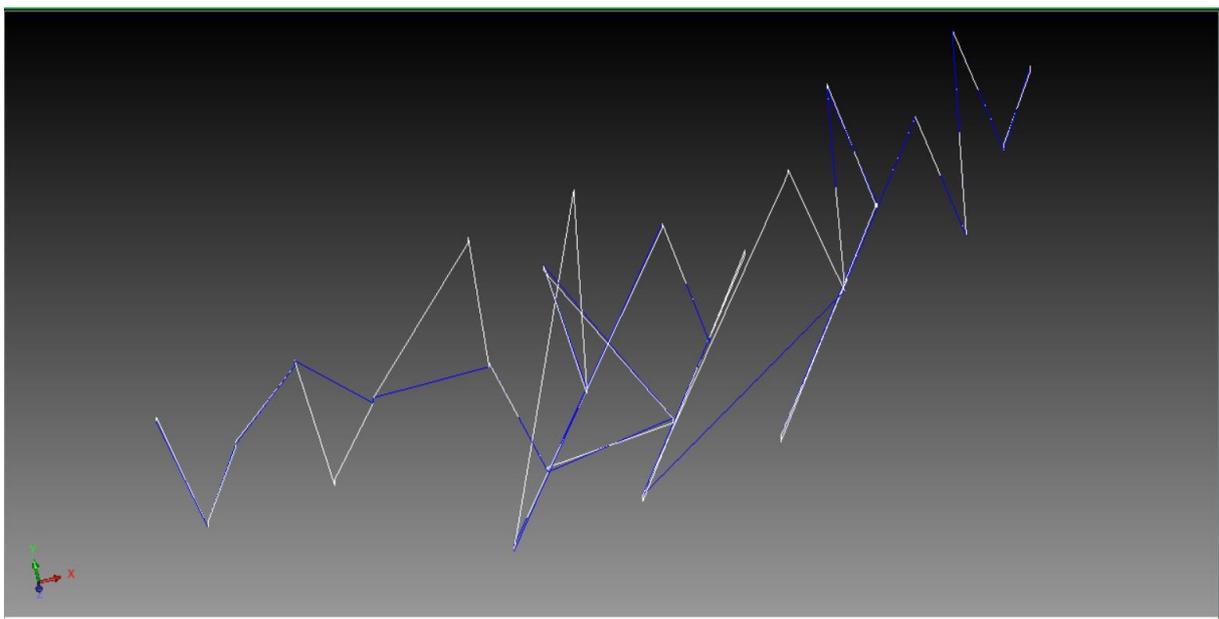


Figure III.21. Composite des teneurs en MgO .

Les paramètres d'interpolation utilisés pour l'estimation par l'IDW sont: [16]

- Les paramètres d'anisotropie : représentés par les trois axes :
 - L'axe principale (le grand axe).
 - Le demi axe principale (demi grand axe).
 - L'axe mineur.

- L'orientation de l'ellipsoïde :
 - Le « bearing » : qui est l'azimut de l'axe principal dans le plan XY. Compris entre 0 et 360 degré décimale.
 - Le pendage : Il s'agit de la plongée au-dessus ou au-dessous du plan horizontal.
 - Le plongement : est la rotation du grand axe autour du demi-grand axe. Compris entre -90 et 90.

- Le rayon maximum de recherche.
- Le nombre minimal et maximal d'échantillons dans la recherche.
- Le type de recherche (octant / ellipsoïdale).
- La distance verticale maximale de recherche.

La couche du phosphate concerné par le krigeage, est subdivisée en blocs de taille 10 m de largeur, 10 m de longueur, et 15 m de hauteur, ce qui donne 50640 blocs sur une superficie de 2207067 m².

III.7.1. Carte des teneurs en P_2O_5 de la couche du phosphate :

La figure (**Figure III.22**) suivante montre la répartition des teneurs en P_2O_5 obtenue par la méthode de l'inverse de distance, on distingue les zones de haute minéralisation en rouge (25-30), les faibles minéralisations en Blue (0-10) et la moyenne minéralisation en vert (10-15).

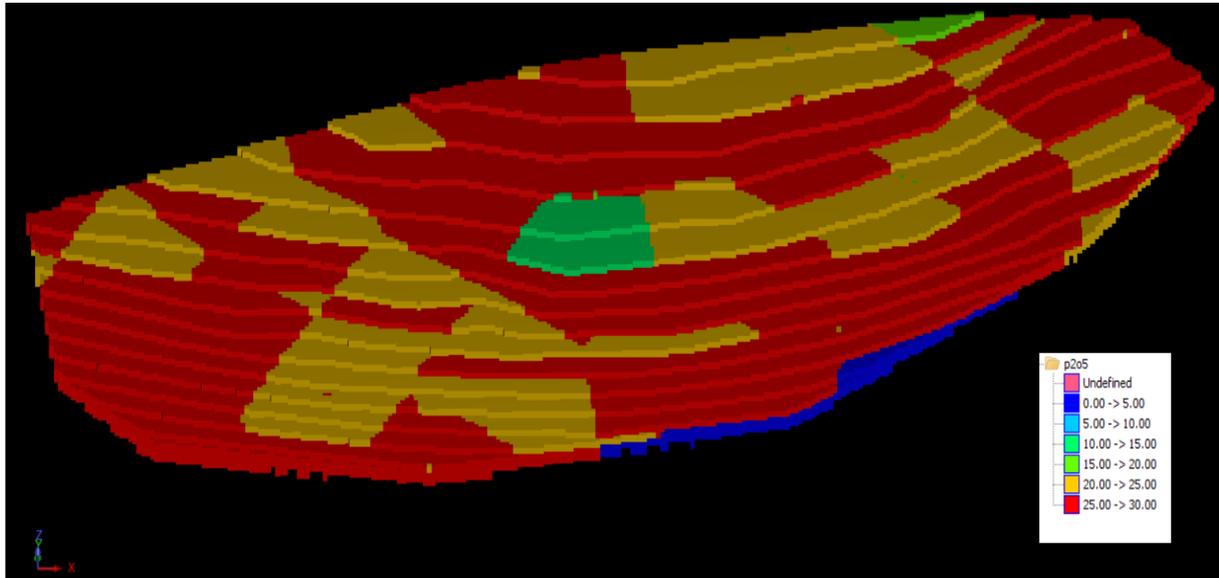


Figure III. 22. Carte des teneurs estimées en P_2O_5 .

III.7.2. Carte interpolé des teneurs en MgO de la couche de phosphate :

La (**Figure III.23**) suivante représente la répartition des teneurs en MgO obtenue par la méthode de krigeage ordinaire, on distingue les zones de haute minéralisation en rouge (9-10), les faibles minéralisations en Blue (0-1) et la moyenne minéralisation en vert (5-6).

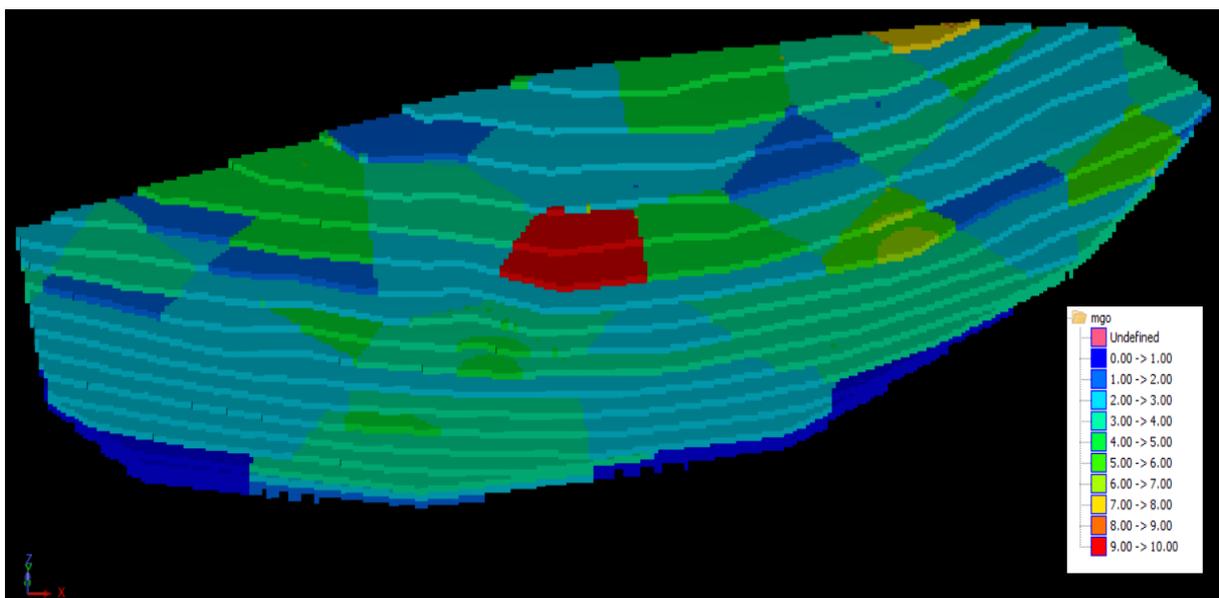


Figure III.23. Carte des teneurs estimées en MgO .

III.8. L'échantillonnage et les analyses chimiques :

Le but principal de ce chapitre est de faire une validation croisée entre les valeurs estimées par l'IDW et les valeurs vraies obtenues par analyse chimique. Le degré de similitude des valeurs estimées et des valeurs vraies nous renseigne sur la qualité de l'estimateur.

Pour arriver à mettre en évidence le biais conditionnel dans le contexte de la zone d'étude, on a choisi des échantillons au hasard à partir du gisement qui appartient bien sûr au modèle de bloc, après on fait les analyses chimiques sur ces échantillons pour obtenir les teneurs en P_2O_5 , et en MgO vraies, puis, on compare les résultats des échantillons avec leur résultat estimé tiré précédemment à partir du modèle de bloc.

III.8.1. Le prélèvement des échantillons :

Le prélèvement d'échantillons représentatifs est une tâche non triviale qui nécessite un équipement d'échantillonnage et des procédures opérationnelles spécifiques. Dans notre cas on a utilisé l'échantillonnage par cannelure avec un marteau et un ciseau, Les canaux sont creusés dans tout le corps minéralisé; la longueur totale des canaux dépend donc de l'épaisseur de la minéralisation étudiée et peut atteindre plusieurs dizaines de mètres, L'emplacement des échantillons sur les parois rocheuses doit être choisi de manière à obtenir les échantillons les plus représentatifs pour la paroi donnée. Les canaux sont orientés selon un angle élevé par rapport à la direction de la minéralisation.

Dans notre cas on a fait un échantillonnage de 1m de longueur et quelques cm d'épaisseur.

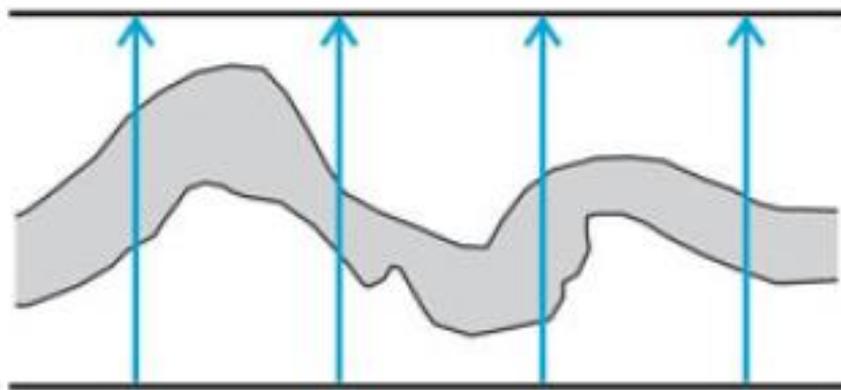


Figure III.24. La méthode de prélèvement. [11]



Figure III.25. Le prélèvement des échantillons.

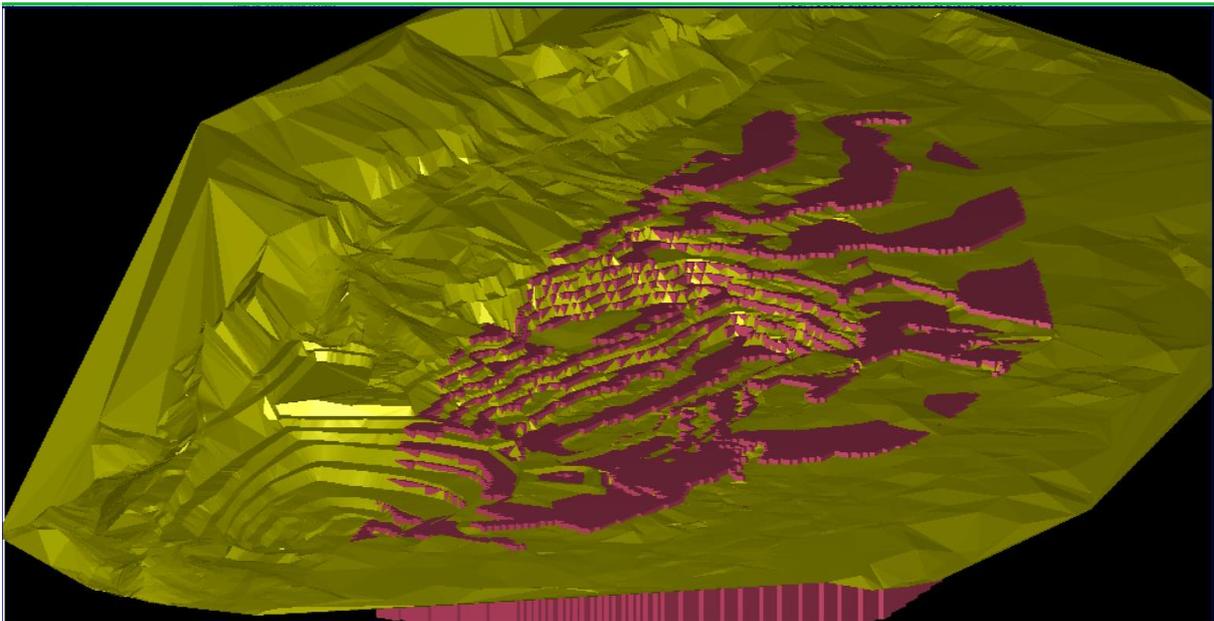


Figure III.26. les couches géologiques avec la topographie du gisement.

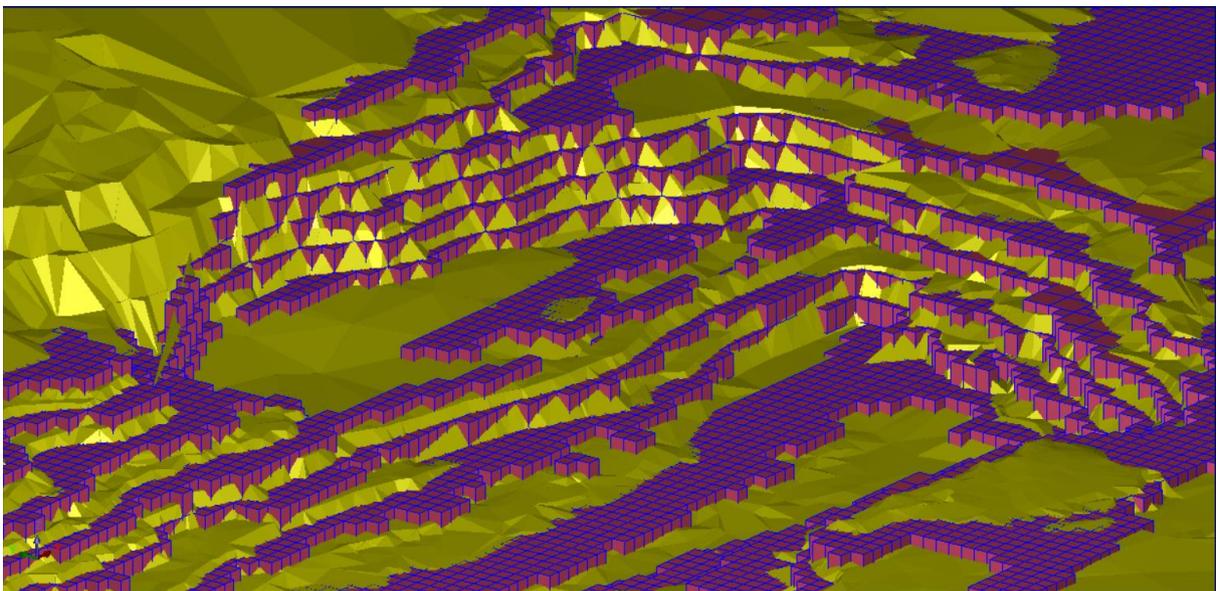


Figure III.27. Zones de prélèvement des échantillons.

III.8.2. Les analyses chimiques :

Le laboratoire du complexe minier SOMIPHOS, est un laboratoire de contrôle de qualité par analyses chimiques des échantillons géologiques. Les analyses ont été réalisées selon des normes internationales, notamment la norme JORC.

La figure (Figure III.28) suivante montre les étapes à suivre pour l'analyse chimique.

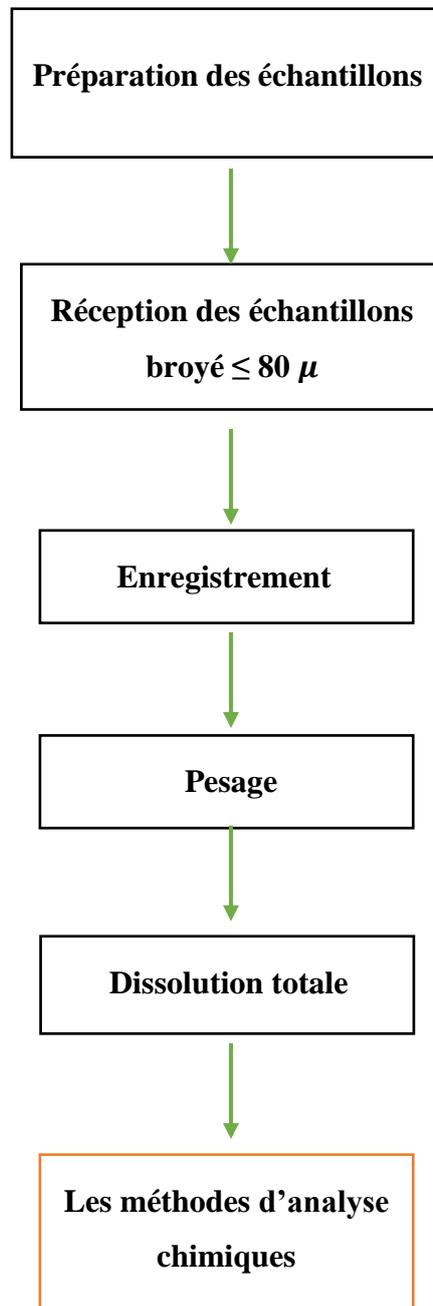


Figure III.28. Les étapes de l'analyse chimique.

➤ Préparation mécanique des échantillons :

La préparation mécanique des échantillons s'effectue au "labo carreaux". Elle a pour objectif de réduire les dimensions des blocs des minerais pour libérer les composants utiles de leurs gangues. Il comporte les trois opérations suivantes : concassage, broyage et le criblage.

✓ Concassage :

Les échantillons sont enregistrés et étiquetés, pour ensuite être soumis aux opérations mentionnées. Dans ce cas-ci, il fut utilisé le concasseur à mâchoire, les échantillons y sont doublement passés.



Figure III.29. Le concasseur.

✓ Division (séparation) :

Les échantillons concassés sont passés à une première division en tant que matière vrac. Passés à trois reprises, ce premier diviseur permet d'obtenir à partir d'échantillons initiaux, des sous-échantillons représentatifs. Recueillis dans un bac de réception, les échantillons sont manuellement broyés avant de passer à un second diviseur qui permet d'obtenir des échantillons de test. Le broyage électronique réduit en poudre les échantillons qui sont ensuite étiquetés.

✓ **Le broyage :**

Après le broyage manuel, les échantillons sont rendus en poudre fine grâce au broyage électronique.

Après on passe à la dissolution totale du phosphate, et différents types de dosage selon le cas. Finalement on obtient les résultats des analyses (les teneurs en P_2O_5 et en MgO).

Le (Tableaux III.1) suivant montre les résultats obtenus :

Tableaux III.1. Les teneurs vraies.

N° d'échantillons (bloc)	Teneurs réelles en P_2O_5	Teneurs réelles en MgO
1	28.65	1.68
2	29.15	1.54
3	29.2	1.53
4	29.05	1.58
5	29.1	1.56
6	29	1.59
7	28.9	1.62
8	29.05	1.59
9	29.6	1.24
10	28.8	1.68
11	27.7	2.36
12	28.83	1.65
13	29.7	1.17
14	29.55	1.25
15	29.1	1.57
16	29.8	1.09
17	27.9	2.22
18	29.3	1.47

Le (Tableaux III.2) suivant montre les valeurs des teneurs en P₂O₅ réelles et en MgO, avec les teneurs estimées en P₂O₅ et en MgO.

Tableaux III.2. Les teneurs vraies et estimées.

N° d'échantillons (bloc)	Teneurs vraies en P ₂ O ₅	Teneurs estimés en P ₂ O ₅	Teneurs vraies en MgO	Teneurs estimés en MgO
1	28.65	27.04	1.68	2.94
2	29.15	27.04	1.54	2.94
3	29.2	24.04	1.53	4.35
4	29.05	27.04	1.58	2.94
5	29.1	24.93	1.56	3.36
6	29	24.93	1.59	3.36
7	28.9	24.92	1.62	3.36
8	29.05	26.61	1.59	3.14
9	29.6	24.95	1.24	3.35
10	28.8	24.94	1.68	3.35
11	27.7	24.94	2.36	3.35
12	28.83	24.94	1.65	3.35
13	29.7	27.04	1.17	2.94
14	29.55	27.04	1.25	2.94
15	29.1	27.04	1.57	2.94
16	29.8	27.04	1.09	2.94
17	27.9	25.02	2.22	3.94
18	29.3	26.04	1.47	2.94

III.9. La validation croisée entre les valeurs estimées et les valeurs vraies:

Une des applications particulières de la géostatistique minière et que les estimations réalisées à la phase des estimations des réserves sur chaque bloc peuvent être vérifiées dans la phase d'exploitation, en outre dans la phase d'exploitation on peut facilement confronter les estimations faites sur un bloc au valeur vrai par une simple analyse chimique au laboratoire.

Le but principal de ce projet est de faire une validation croisée entre les valeurs estimées dans la phase de prospection et les valeurs vraies obtenues par analyse chimique. Le degré de similitude des valeurs estimées et des valeurs vraies nous renseigne sur la qualité de l'estimateur.

A signaler que la qualité de l'estimation des teneurs est extrêmement importante au plan économique. Il faut réaliser que la sélection s'effectue toujours à partir de valeurs estimées mais que le métal contenu dans les blocs sélectionnés dépend de la teneur vraie et non de la teneur estimée. Il y a Deux paramètres influencent la qualité de l'estimation :

- la quantité (et la qualité) d'information disponible
- la qualité de la méthode d'estimation utilisée

En général, les estimateurs peuvent être plus ou moins précis et ils peuvent être avec ou sans biais. Le meilleur estimateur est le plus précis possible et sans biais. Le biais peut être global ou conditionnel. S'il est global, alors la moyenne de tous les estimés ne coïncide pas avec la moyenne du gisement. S'il est conditionnel, alors la moyenne des blocs dont l'estimateur prend une valeur donnée ne coïncide pas avec cette valeur [20].

Le biais global est généralement rattaché à la qualité des données prélevées et on ne peut y changer grand-chose. On le rencontre surtout lorsqu'on échantillonne les forages de production ou les galeries. Il se peut que l'échantillonnage ne représente pas équitablement toutes les granulométries présentes (phénomène de ségrégation), ce qui introduit normalement un biais. Au contraire, l'échantillonnage de carottes est habituellement sans biais, du moins lorsque la récupération de la carotte est complète [20].

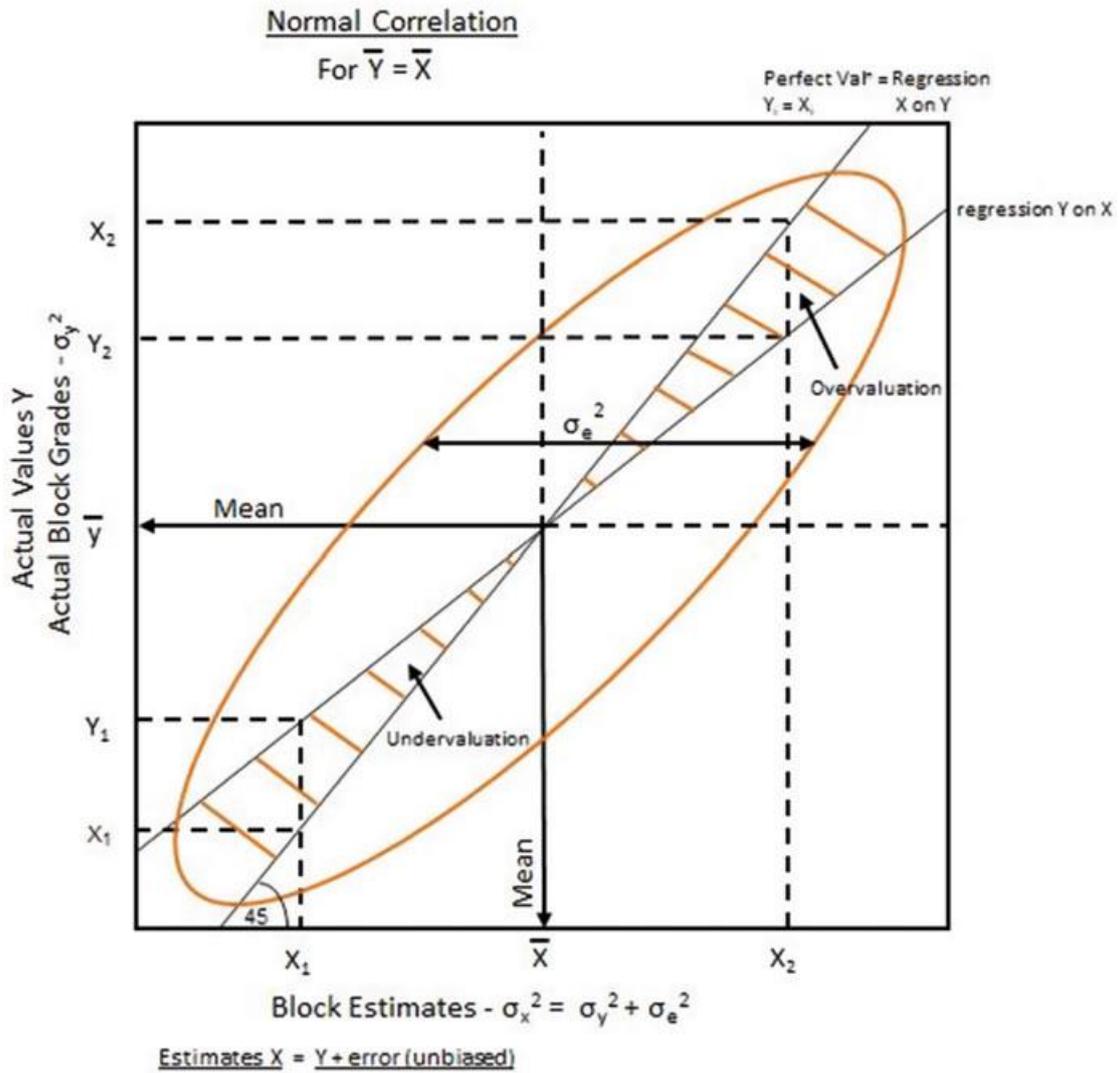


Figure III.30. Le biais conditionnel. [19]

Le biais conditionnel est davantage lié au type d'estimateur choisi. Un des estimateurs qui montre le moins de biais conditionnel est le krigeage. Toutes les méthodes basées sur des extensions géométriques montrent habituellement un biais conditionnel qui peut être assez important. Contrairement à l'IDW.

III.9.1. Corrélation entre les teneurs en P_2O_5 réelles et estimées:

Le biais conditionnel peut être diagnostiqué et le degré du biais en représentant graphiquement les valeurs réelles $Z(x)$ par rapport aux estimations correspondantes $Z^*(x)$.

La (Figure III.31) suivante montre graphiquement les résultats de la validation croisée pour les données des analyses chimiques et de l'estimation par l'IDW (teneurs en P_2O_5).

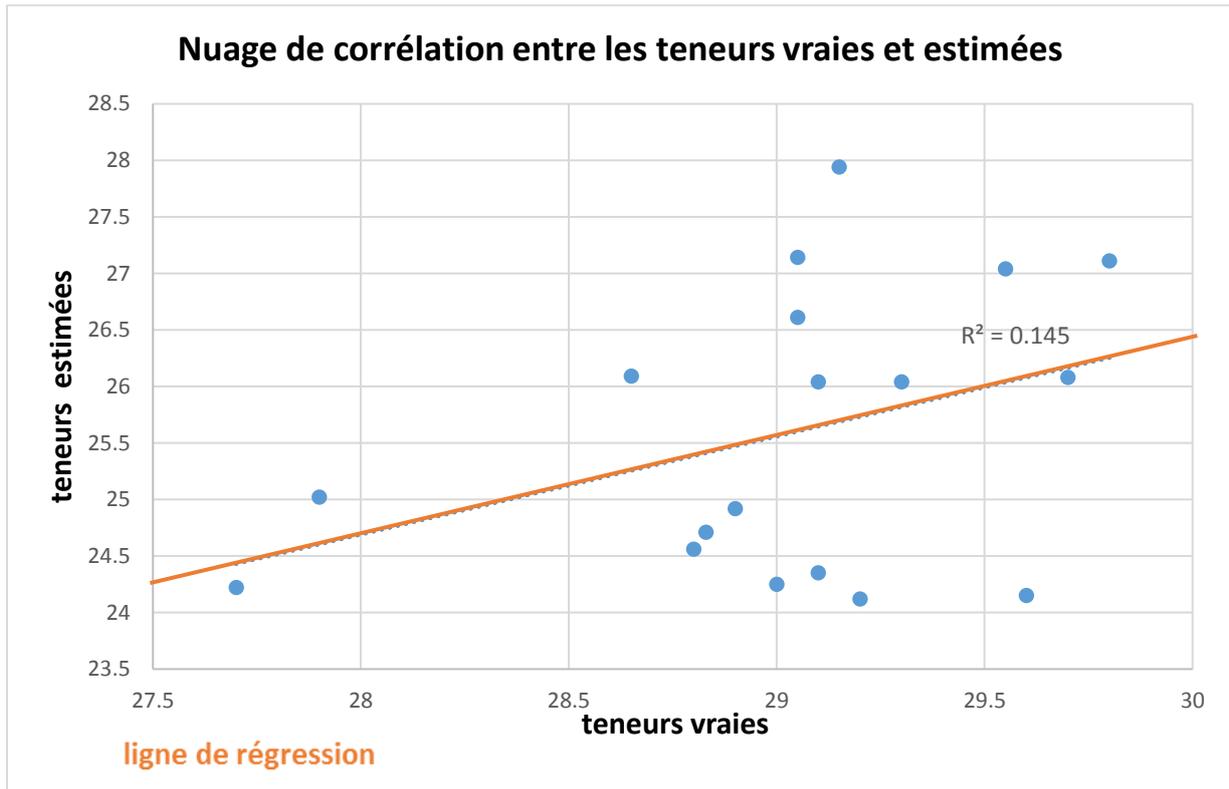


Figure III.31. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (teneurs en P_2O_5).

Une manière d'examiner le comportement de l'estimateur consiste à tracer la dispersion des valeurs vraies par rapport à leurs estimations.

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est globalement dispersé, ce qui indique une faible précision des estimations (si la valeur estimée coïncide avec la valeur réelle, le point correspondant est situé hors de la diagonale).

Le coefficient de corrélation entre les teneurs réelles et estimées est : $R = 0.38$.

Cette valeur de coefficient de corrélation indique une faible corrélation entre les teneurs estimées et les teneurs vraies, et donc une dissimilitude entre les teneurs.

La déviation de la ligne de régression par rapport à la diagonale indique un biais conditionnel, plus la déviation est importante, plus le degré de biais conditionnel est élevé.

La (Figure III.32) suivante montre l'histogramme des erreurs de l'estimation par l'IDW (P2O5).

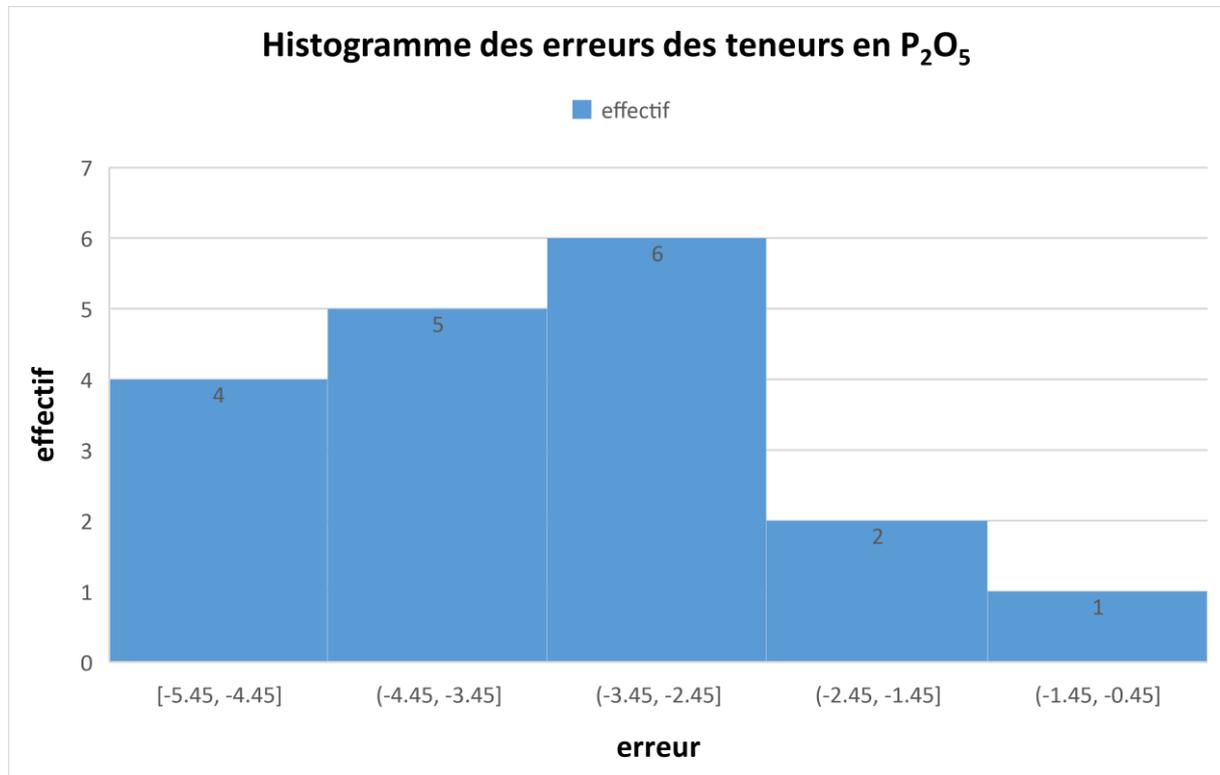


Figure III.30. Histogramme des erreurs des teneurs en P₂O₅ ($Z_i^* - Z_i$).

Cet histogramme est centré autour de (-3), et le moyen des erreurs ($Z_i^* - Z_i$) est de (-3.44), ce qui montre que l'estimateur est biaisé (l'IDW).

L'erreur moyenne devrait idéalement être de 0 pour un estimateur idéal sans biais, mais puisque on est dans le cas d'un estimateur qui n'est pas exacte (l'IDW), (l'IDW ne donne pas la même valeur de l'échantillons connue lui-même).

La (Figure III.33) suivante montre la corrélation entre les teneurs estimées et vraies en P_2O_5 et la diagonale (optimale) de l'estimation par l'IDW.

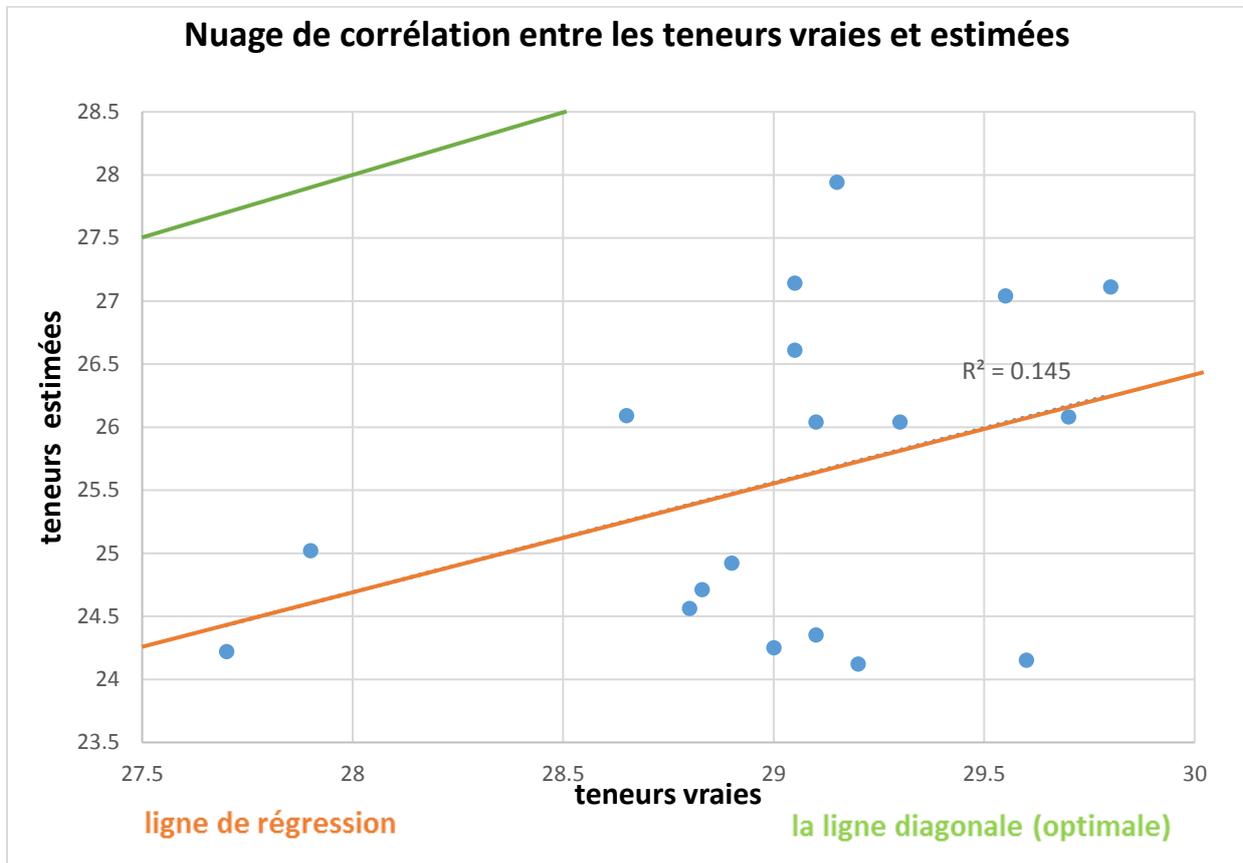


Figure III.31. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (P_2O_5).

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est situé au-dessous de la diagonale qui est le cas optimal ou les teneurs vraies égale les teneurs estimées, ce qui indique une sous-évaluation des teneurs vraies par l'estimateur (l'IDW).

La (Figure III.34) suivante montre l'intersection des 2 lignes (la ligne de régression et la diagonale).

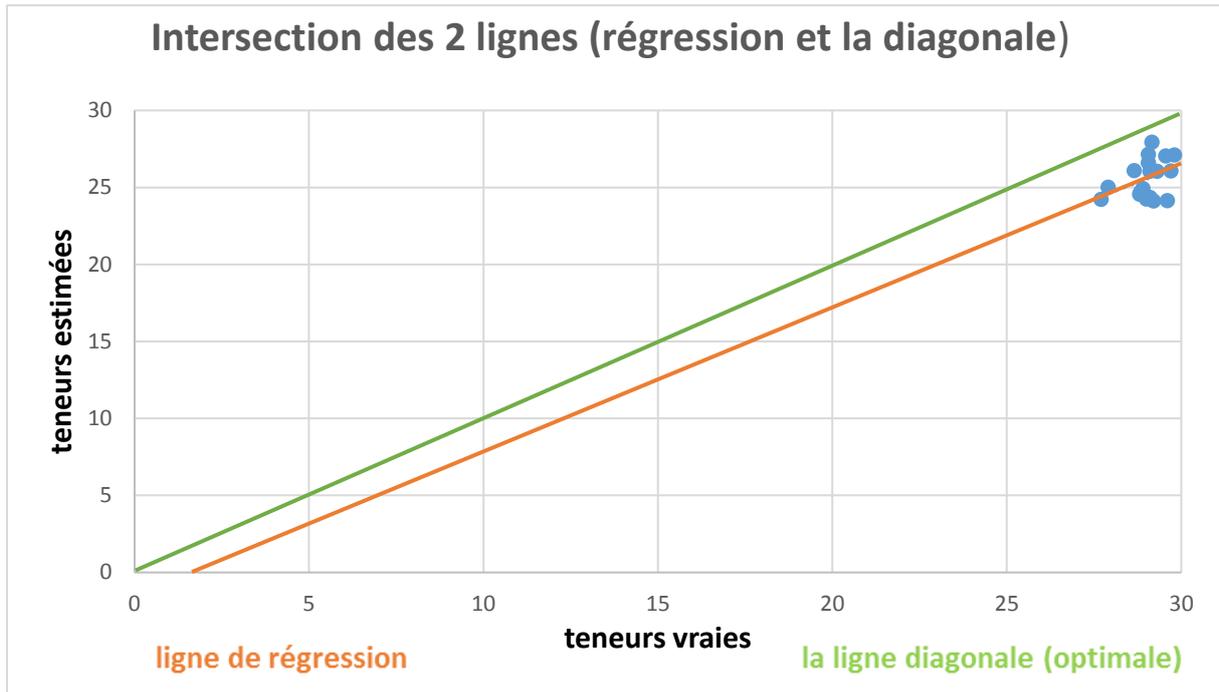


Figure III.32. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.

III.9.2. Corrélation entre les teneurs en MGO réelles et estimées:

La (Figure III.35) suivante montre graphiquement les résultats de la validation croisée pour les données des analyses chimiques et de l'estimation par l'IDW (teneurs en MgO).

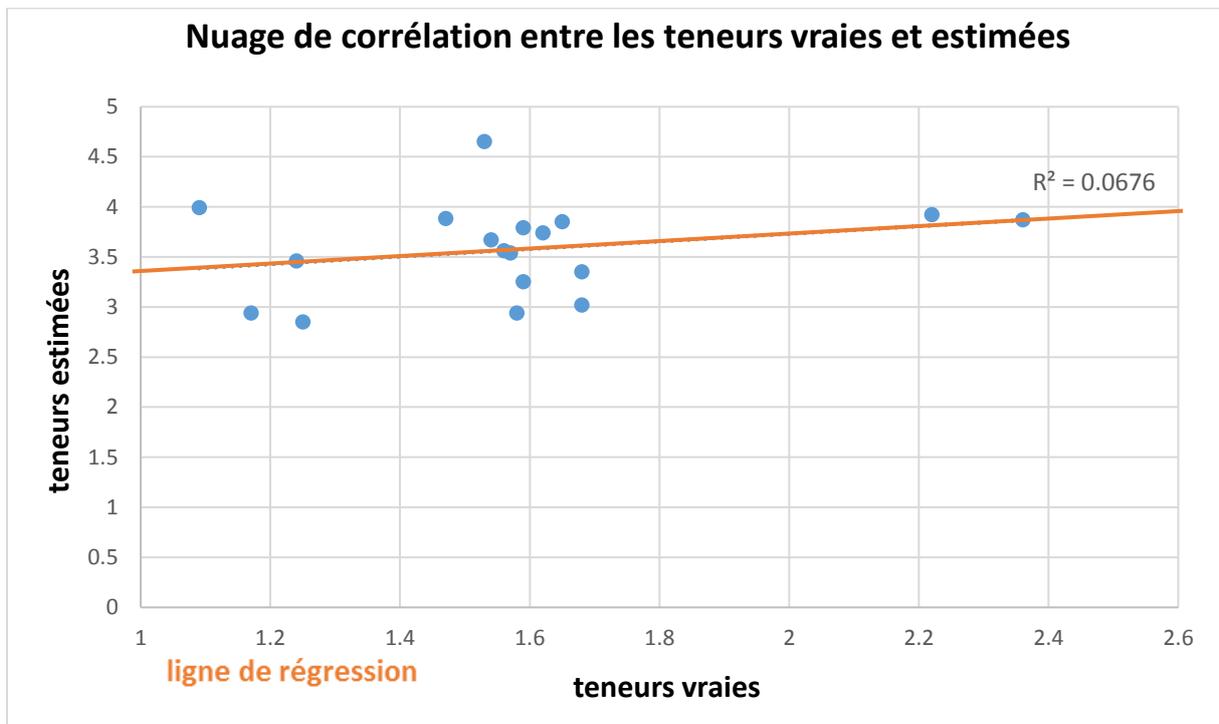


Figure III.33. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (MgO).

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est globalement dispersé, ce qui indique une faible précision des estimations (si la valeur estimée coïncide avec la valeur réelle, le point correspondant est situé hors de la diagonale).

Le coefficient de corrélation entre les teneurs réelles et estimées est : $R = 0.26$

Cette valeur de coefficient de corrélation indique une faible corrélation entre les teneurs estimées et les teneurs vraies, et donc une dissimilitude entre les teneurs.

La déviation de la ligne de régression par rapport à la diagonale indique un biais conditionnel, plus la déviation est importante, plus le degré de biais conditionnel est élevé.

La (**Figure III.36**) suivante montre l'histogramme des erreurs de l'estimation des teneurs en MgO par l'IDW.

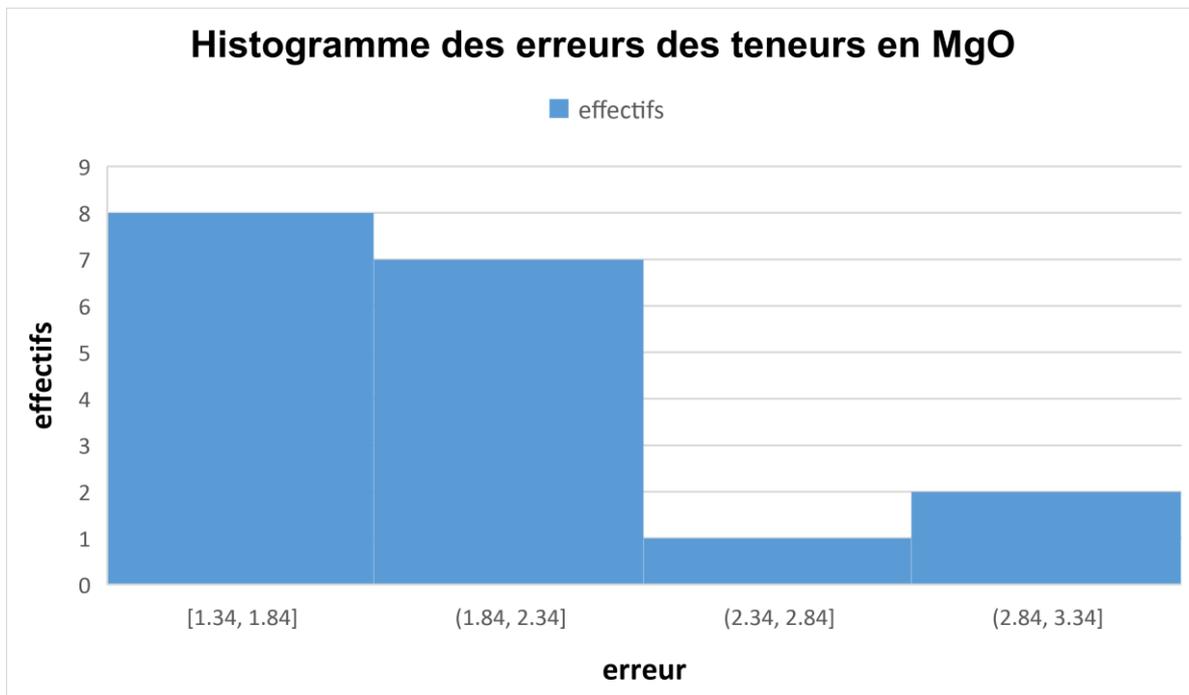


Figure III.34. Histogramme des erreurs des teneurs en MgO ($Z_i^* - Z_i$).

Cet histogramme est centré autour de (1), et le moyen des erreurs ($Z_i^* - Z_i$) est de (1.99), ce qui montre que l'estimateur est biaisé (l'IDW).

L'erreur moyenne devrait idéalement être de 0 pour un estimateur idéal sans biais, mais puisque on est dans le cas d'un estimateur qui n'est pas exacte (l'IDW), (l'IDW ne donne pas la même valeur de l'échantillons connue lui-même).

La (Figure III.37) suivante montre la corrélation entre les teneurs estimées et vraies en MgO et la diagonale (optimale) de l'estimation par l'IDW.

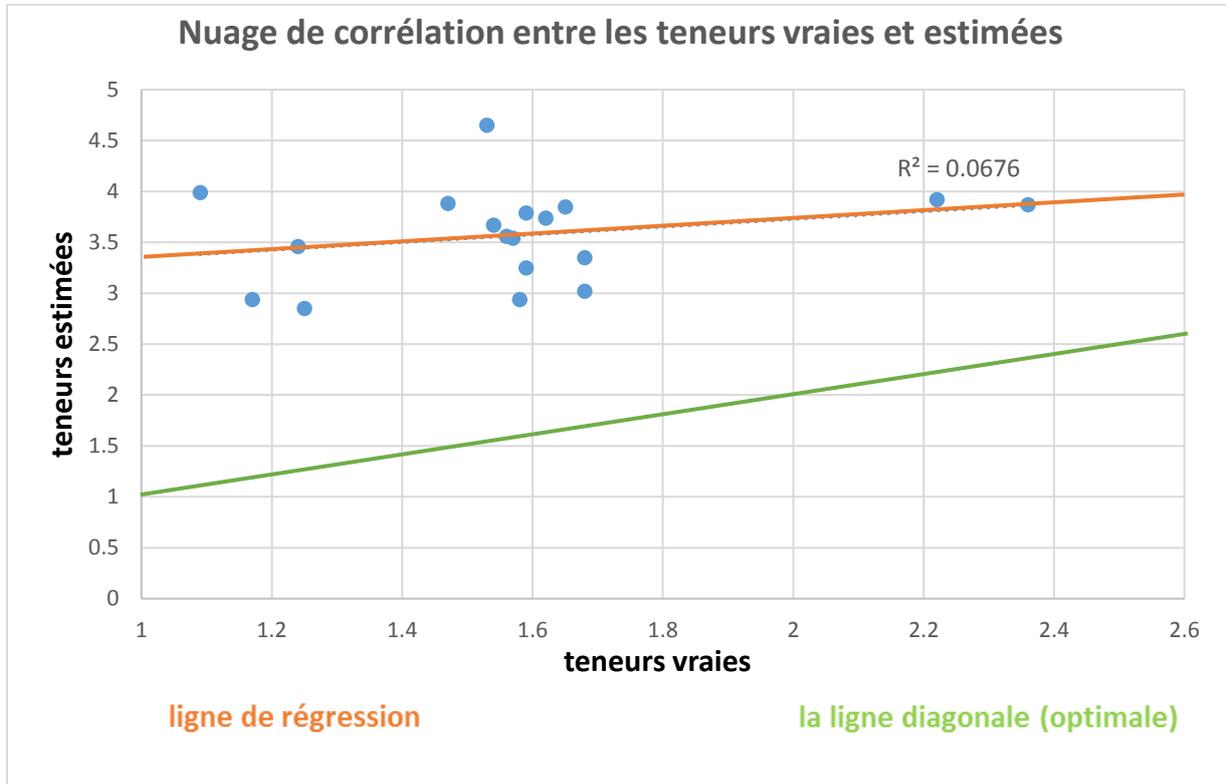


Figure III.35. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est situé au-dessus de la diagonale qui est le cas optimal ou les teneurs réelles égale les teneurs estimées, ce qui indique une surévaluation des teneurs vraies par l'estimateur (l'IDW).

La (Figure III.38) suivante montre l'intersection des 2 lignes (la ligne de régression et la diagonale)

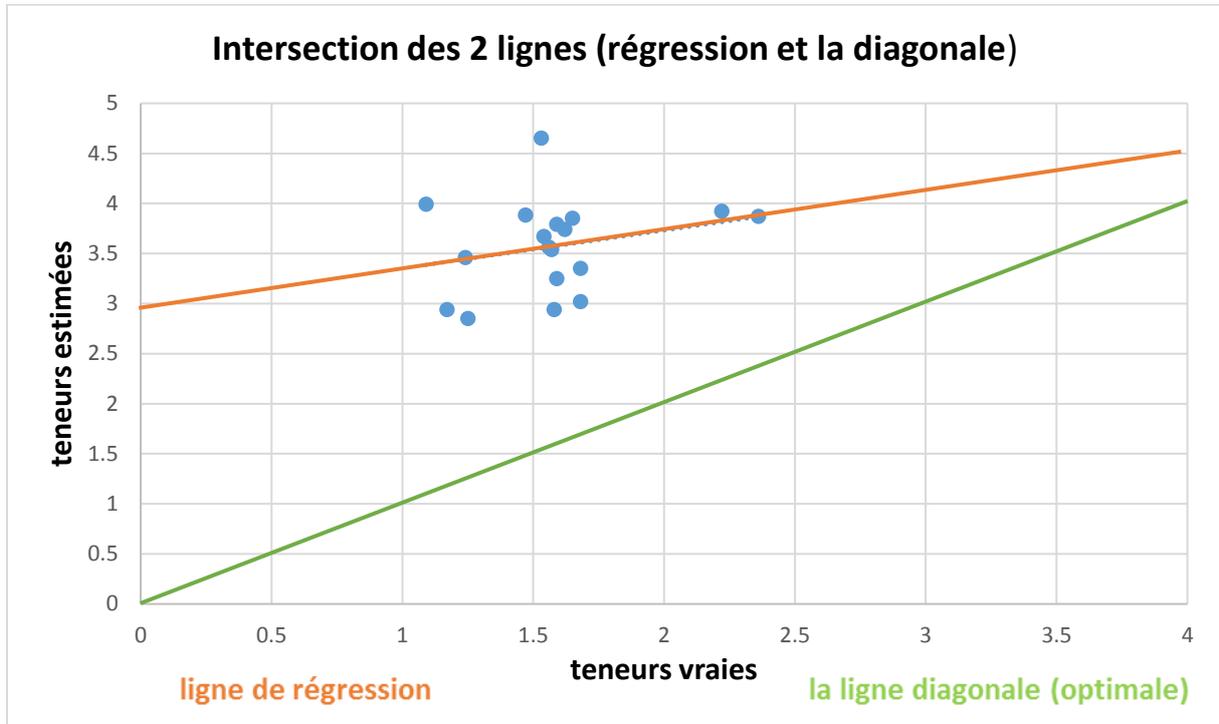


Figure III.36. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.

III.9.3. Courbe de teneurs vraies et estimées en P_2O_5 :

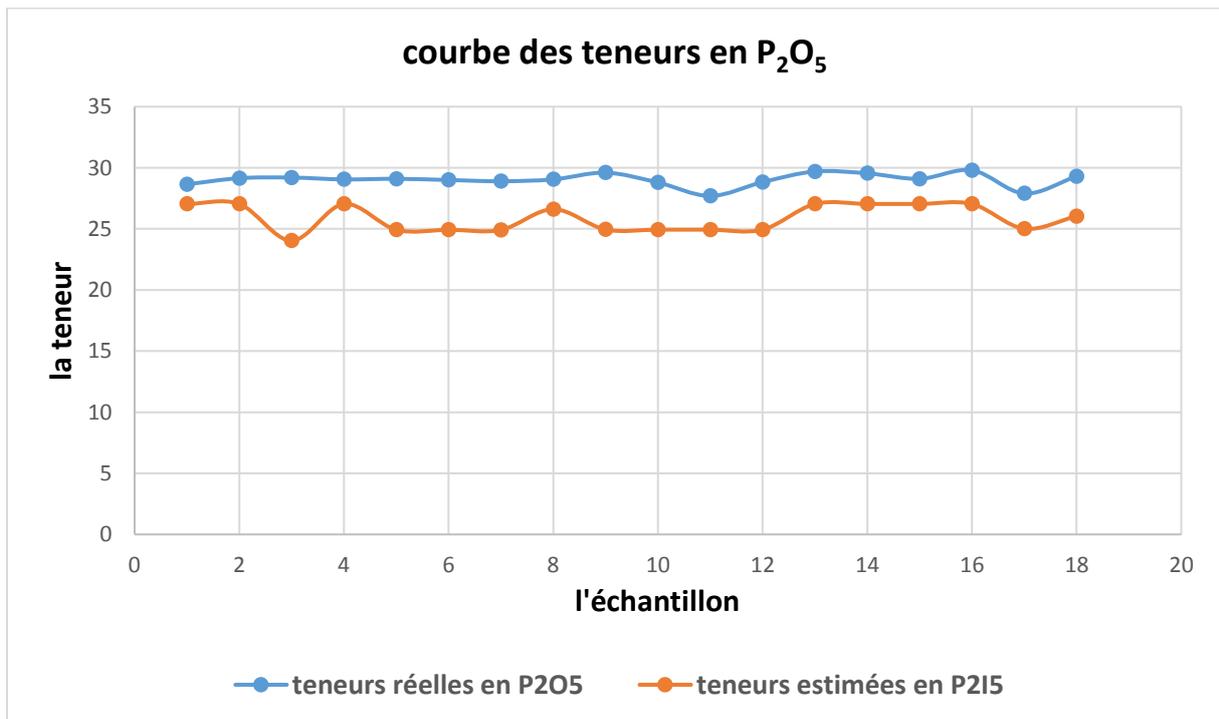


Figure III.37. Les teneurs vraies et estimées en P_2O_5 par l'IDW.

III.9.4. Courbe de teneurs vraies et estimées en MgO :

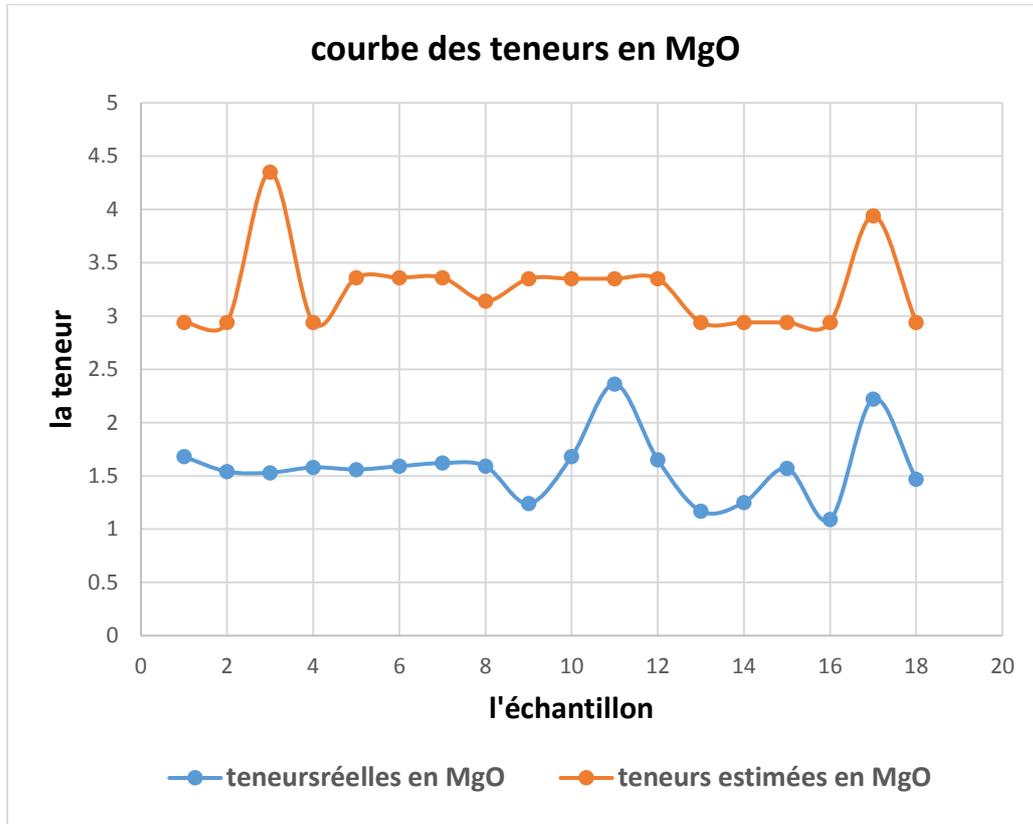


Figure III.40. Les teneurs vraies et estimées en MgO par l'IDW.

III.9.5. Courbe de teneurs vraies et estimées en P₂O₅ et MgO:

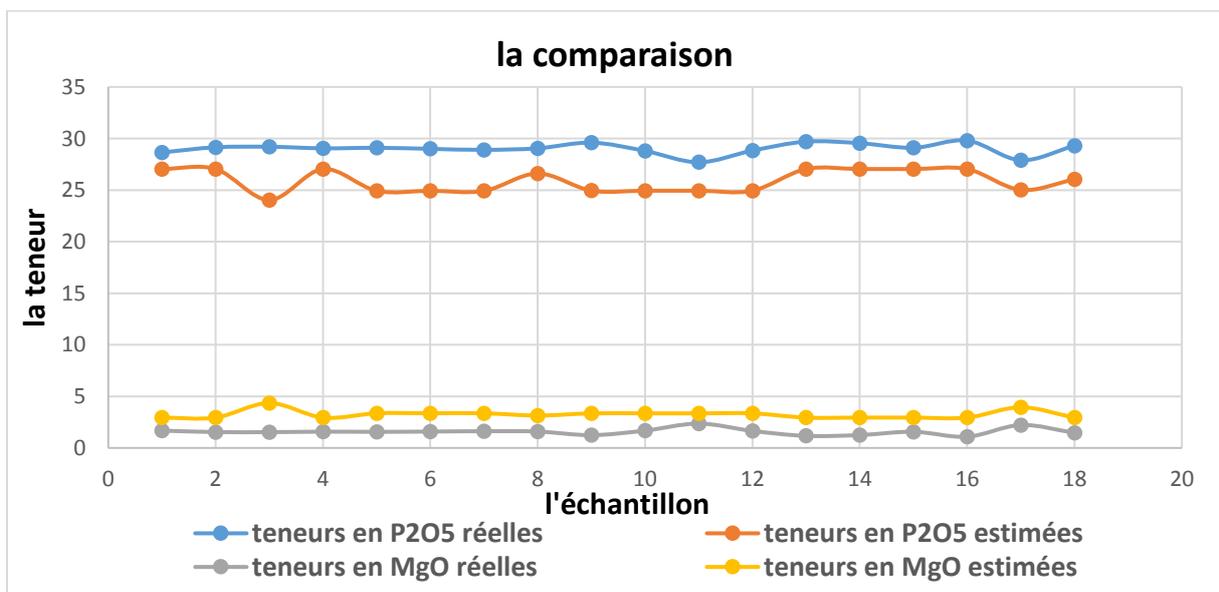


Figure III.38. Les teneurs vraies et estimées en P₂O₅ et en MgO par l'IDW.

Les figures (**Figure III.39, III.40, III.41**) montrent les courbes des teneurs vraies et estimées, la dissimilitude des valeurs est clair, ce qui justifier les résultats obtenus auparavant par la validation croisée.

III.10. Estimation des réserves du gisement de Kef Essennoun:

Le tableau suivant représente les réserves du gisement de Kef Essennoun dont la méthode d'estimation est l'IDW, les réserves avant l'exploitation et après le mis à jour de l'avancement des travaux d'exploitation du 2019 :

Tableaux III.3. Réserves du phosphate du gisement de Kef Essennoun.

phosphate	Volumes(m ³)	Tonnages(t)	Teneurs moyen en P ₂ O ₅
Avant l'exploitation	75960000	174708000	24.96
Après l'exploitation	66390000	152697000	24.95

III.11. Conclusion :

La méthode de l'inverse des distances comme une méthode déterministe locale vient pour compléter les méthodes déterministes globale puisque ces derniers s'intéressent à calculer le moyen global qui est n'est pas représentatif.

Les résultats de la validation croisée des teneurs réelles en P₂O₅ et en MgO et les teneurs estimées montrent une faible similitude avec les teneurs vraies, due au caractère biaisée de l'estimateur (l'IDW).

Les courbes des teneurs vraies et estimées aussi confirme les résultats de la validation croisée.

Enfin, on peut dire que les réserves sont estimées à environ de 174 millions de tonne avec une teneurs moyenne de 24.96.

CHAPITRE IV : Estimation des réserves et validation croisée des teneurs par krigeage

IV.1. Introduction :

Le krigeage ordinaire est une méthode d'interpolation stochastique. Consiste à rechercher parmi les estimations formées par les combinaisons linéaires pondérées des données, celui qui présente les meilleures propriétés.

Le but principal de ce chapitre est de faire une validation croisée entre les valeurs estimées par le KO et les valeurs vraies obtenues par analyse chimique. Le degré de similitude des valeurs estimées et des valeurs vraies nous renseigne sur la qualité de l'estimateur.

Enfin, on estime les réserves du gisement de kef Essenoun par la méthode de krigeage ordinaire.

IV.2. Méthodologie de krigeage :

La deuxième méthode d'interpolation que nous appliquons maintenant à la couche de phosphate est le krigeage ordinaire. Mais avant de commencer cette opération, nous avons besoin de certains paramètres (le palier, la portée et l'effet de pépité) et du sens d'anisotropie que nous allons dériver de l'analyse de variation (variogramme).

IV.3. Analyse statistique et variographique :

IV.3.1. Analyse statistique :

L'analyse statistique est une étape très importante avant l'étude géostatistique en générale et l'interpolation en particulier, parce que ça nous permet de connaître les propriétés statistiques des données, et donc connaître ou prévoir tous les phénomènes qui peuvent influencer négativement, ou réduire la qualité de l'interpolation.

Parmi ces facteurs on cite le phénomène « la distribution bimodale » et « les valeurs aberrantes ».

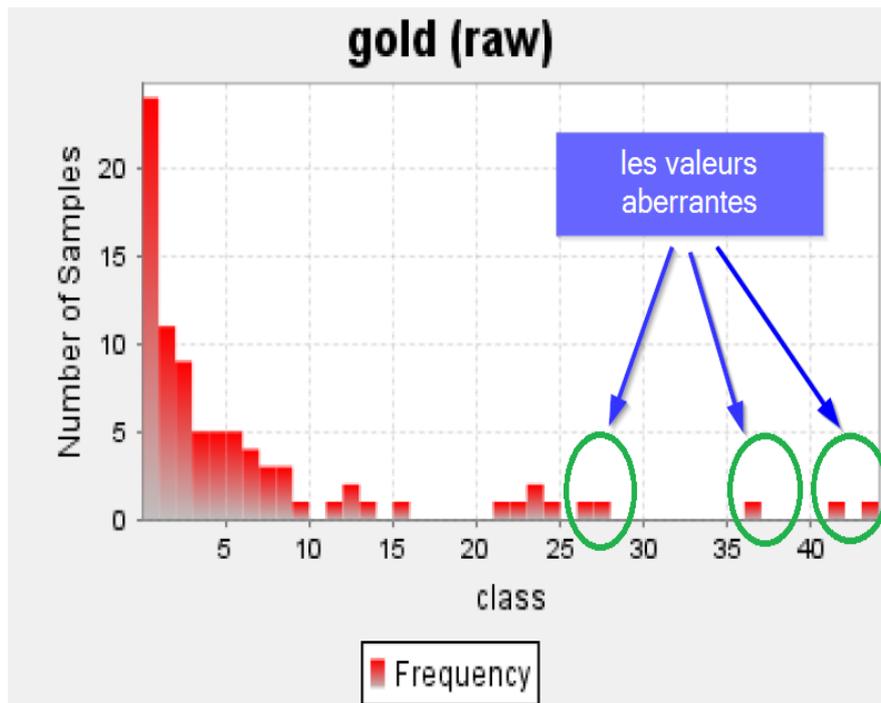


Figure IV.1. Exemple des valeurs aberrantes.

IV.3.1.1. Histogramme des teneurs en P₂O₅ :

Le nombre global des échantillons utiliser est de 1160 échantillons, le moyen des teneurs en P₂O₅ est de 24.753583 avec un minimum de 1.19 % et un maximum de 30.52 %.

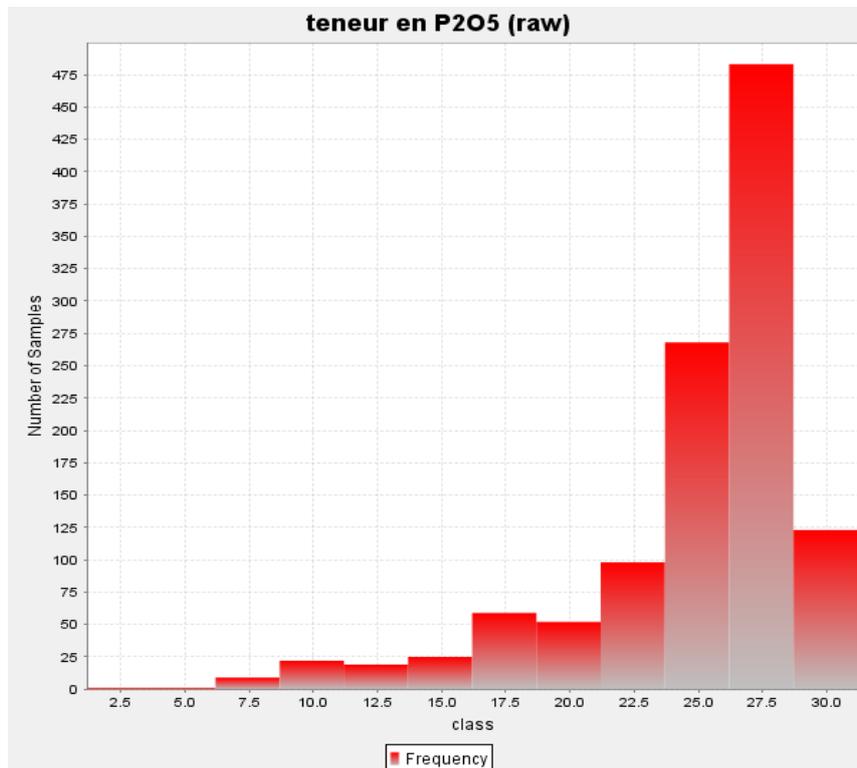


Figure IV.2. Histogramme des teneurs en P₂O₅.

IV.3.1.2. Histogramme des teneurs en MgO :

Pour les teneurs en MgO, Le nombre global des échantillons utiliser est 1016 échantillons, le moyen des teneurs en MgO est de 3.515121 avec un minimum de 0 % et un maximum de 15.85 %.

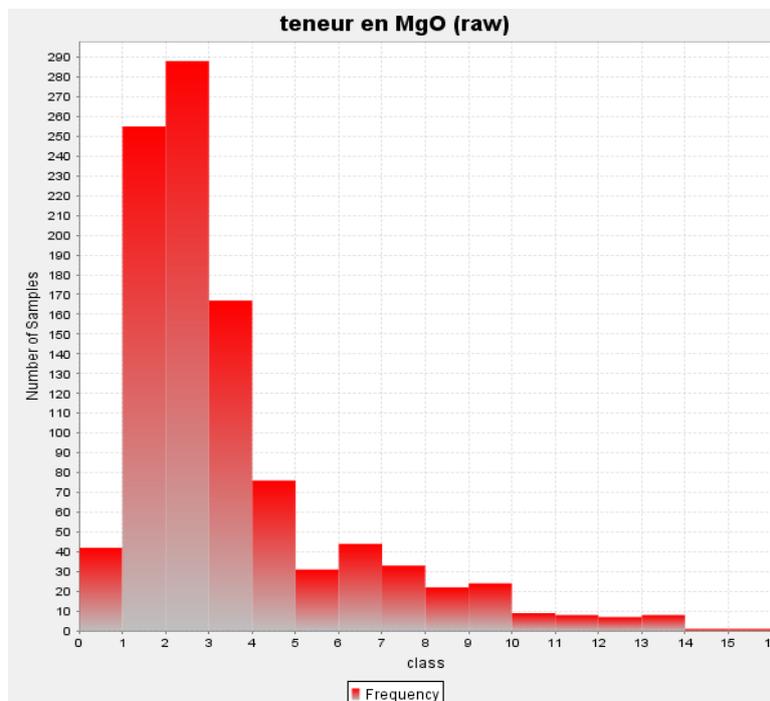


Figure IV.3. Histogramme des teneurs en MgO.

IV.3.1.3. Les différents paramètres statistiques :

Tableau IV.1. Différents paramètres statistiques.

La couche	La variable	Le moyen	Le moyen géométrique	Le médiane	La variance	Coef. Skewness	Coef. Kurtosis
La couche du phosphate	Teneur en P ₂ O ₅	24.753583	24.120695	26.305000	21.245723	-1.825781	6.315153
	Teneur en MgO	3.515121		2.660000	6.604336	1.812499	6.402951

Remarque :

Dans notre cas, et à partir des histogrammes ci-dessus on remarque l'absence des phénomènes « valeurs aberrantes » et « la distribution bimodal ».

Donc on n'est pas besoin d'appliquer les technique d'élimination de ces derniers.

IV.3.2. Analyse variographique :

L'analyse variographique est une étape essentielle avant le krigeage, parce que elle nous permet de tirer les paramètres essentiels pour le krigeage, et aussi comprendre la direction de l'anisotropie.

Pour qu'on arrive à la bonne compréhension de notre variable étudiée, on calcule le variogramme expérimentale et le modélise par le modèle le plus approprié à notre variogramme.

IV.3.2.1. Le variogramme expérimentale :

Un aspect important de la réalisation de toute évaluation géostatistique est de comprendre comment les valeurs des données varient en fonction de la distance et de la direction. Un variogramme expérimentale est un outil graphique qui peut être utilisé pour décrire ces concepts.

Un variogramme expérimental est calculé à partir de paires de points de données, qui peuvent être limitées aux points qui sont alignés dans une orientation spécifique (directionnel) ou sans les limiter à une orientation (omnidirectionnel).

L'ajustement de la distance de décalage peut aider à créer un variogramme lisse. Si les données contiennent des valeurs aberrantes, ou un petit nombre de points de données, le variogramme expérimental peut apparaître en dents de scie, ou "bruité". Il faut souvent plusieurs itérations et combinaisons de paramètres pour créer des variogrammes expérimentaux acceptables pour la modélisation.

Les paramètres essentiels pour un variogramme expérimentale sont :

- **Le pas** : est l'espacements entre les échantillons
- **La tolérance angulaire** : est le déplacement angulaire de l'axe du bord du cône par rapport à son axe, et a des valeurs décimales entre 0 et 90.

- **La largeur de la bande:** est le décalage du bord du cône par rapport à son axe où la fenêtre de recherche deviendra un cylindre.
- **L'Azimuth :** l'azimut est la déviation vers le nord de l'axe du cône, et a des valeurs décimales entre 0 et 360, il est parfois appelé la ligne de recherche.
- **Le plongement :** est le déplacement angulaire de l'axe du cône à partir de l'horizontale, et a une valeur décimale entre -90 et 90.

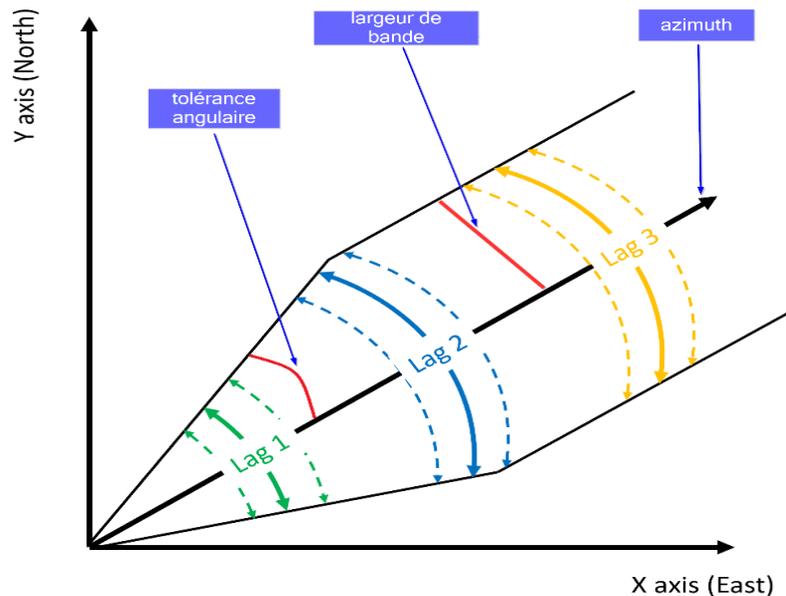


Figure IV.4. Paramètres de variogramme expérimentale. [16]

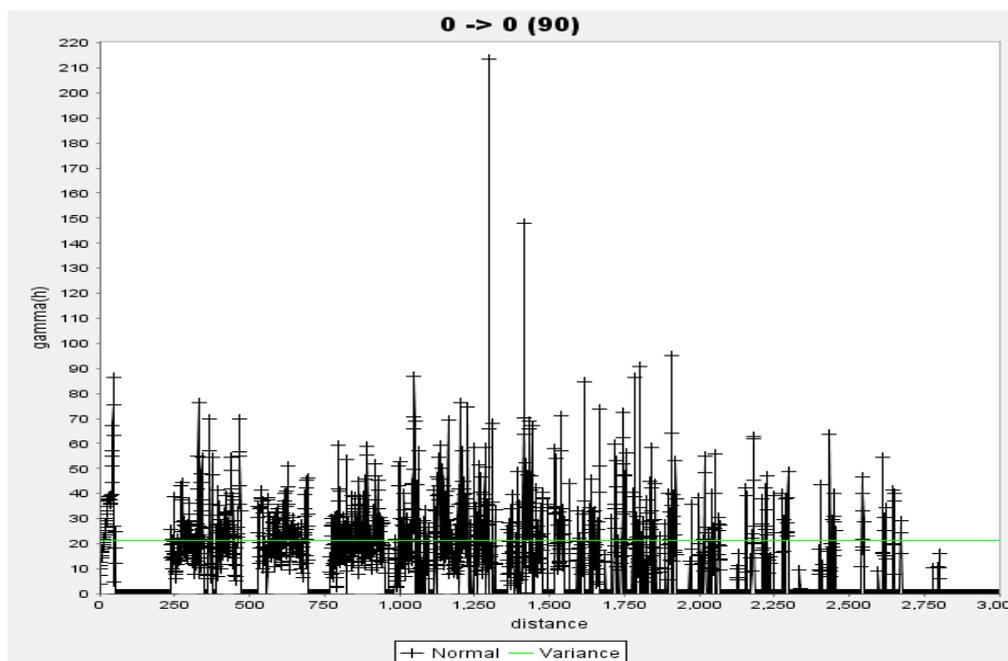


Figure IV.5. La nuée variographique des teneurs en P_2O_5 .

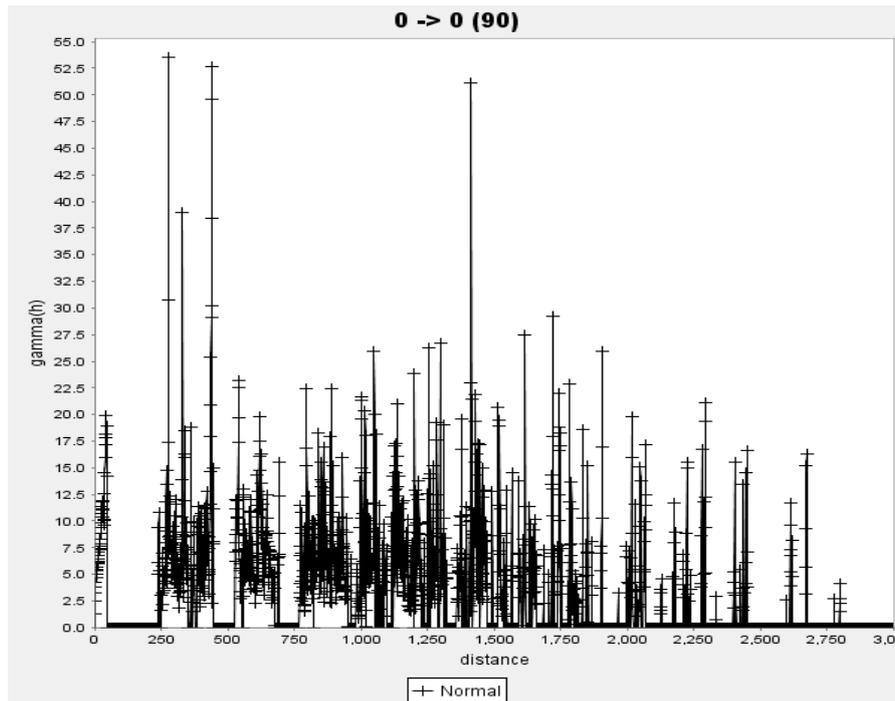


Figure IV.6. La nuée variographique des teneurs en MgO.

IV.3.2.2. Le variogramme expérimentale omnidirectionnelle :

Dans ce type des variogrammes, les paires sont sélectionnées uniquement en fonction de leur distance de séparation, et non de l'orientation des paires.

Donc le seul paramètre qui contrôle la variabilité de l'angle de recherche est la tolérance angulaire, et donc le maximum de l'angle est de 90.

Dans un variogramme omnidirectionnel, l'orientation des paires d'échantillons est sans importance. et donc l'Azimuth et le plongement ne sont pas importants.

La (**Figure IV.7**) suivante montre un variogramme omnidirectionnelle avec les paramètres suivants :

- ✓ La tolérance angulaire : 90
- ✓ L'Azimuth : 0
- ✓ Le plongement : 0

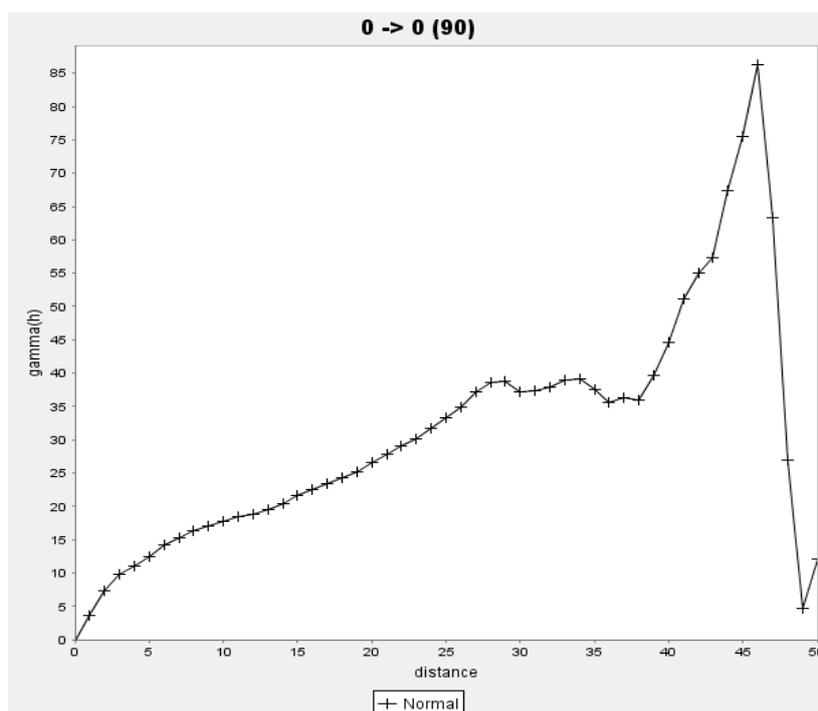


Figure IV.7. Variogramme omnidirectionnelle des teneurs en P_2O_5 ($0^\circ-0^\circ-90^\circ$), max distance=50.

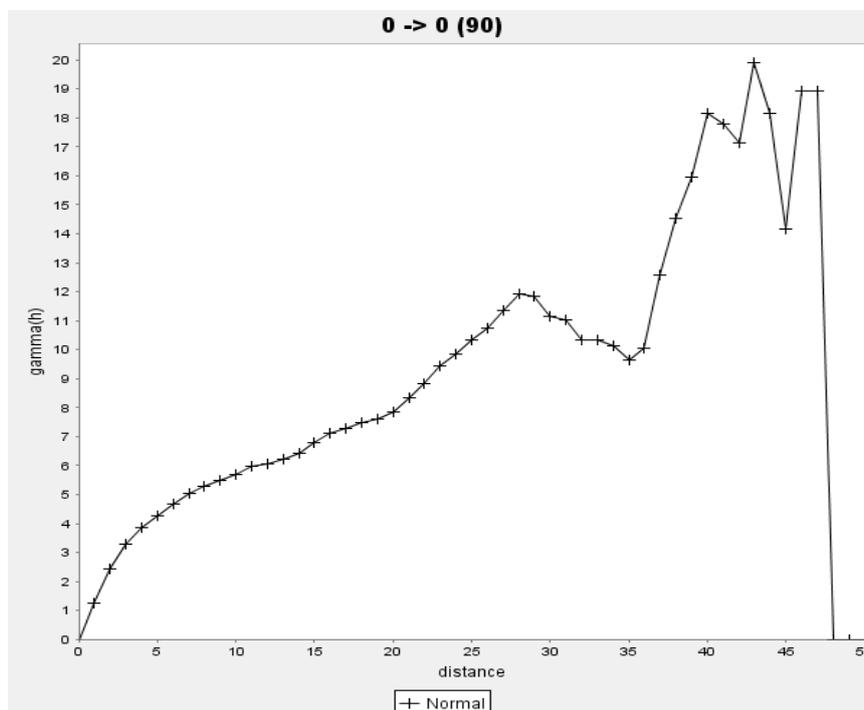


Figure IV.8. Variogramme omnidirectionnelle des teneurs en MgO ($0^\circ-0^\circ-90^\circ$), max distance=50.

IV.3.2.3. Le variogramme expérimentale directionnelle :

Les (Figures IV.9, IV.10, IV.11, IV.12, IV.13) suivantes montrent les différents variogrammes directionnelles dans les directions principales (0,45,90,135) avec le pas=50.

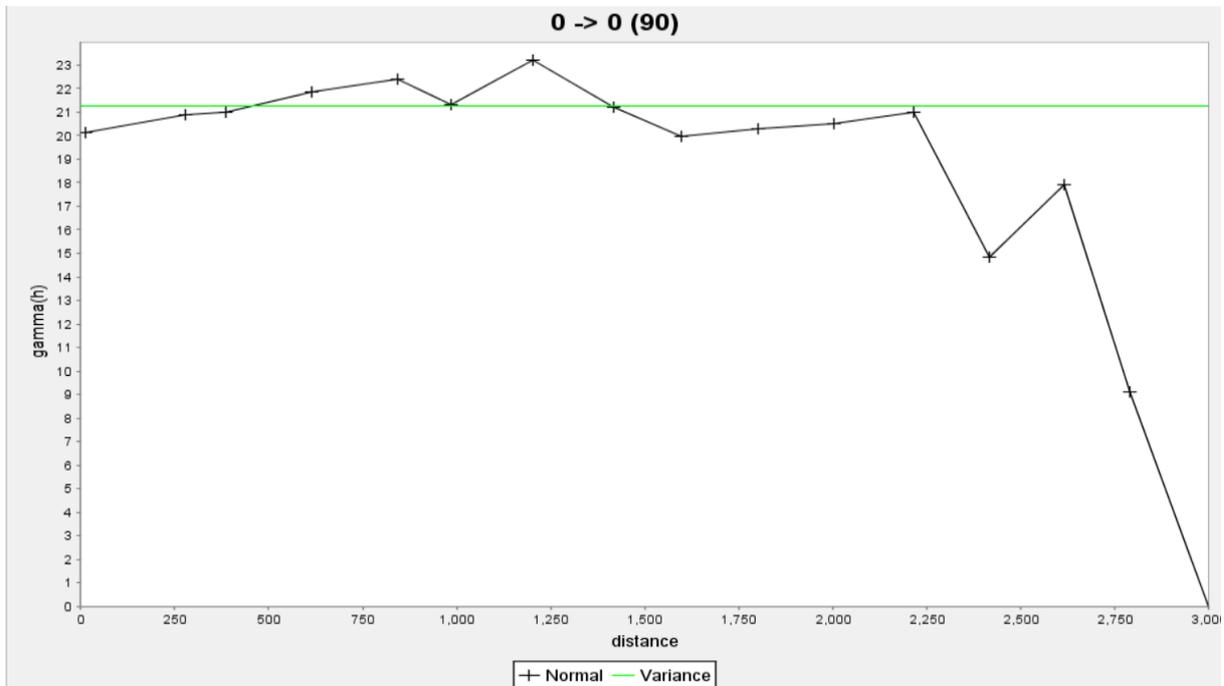


Figure IV.9. Variogramme directionnelle (azimuth=0°-spread=22.5°).

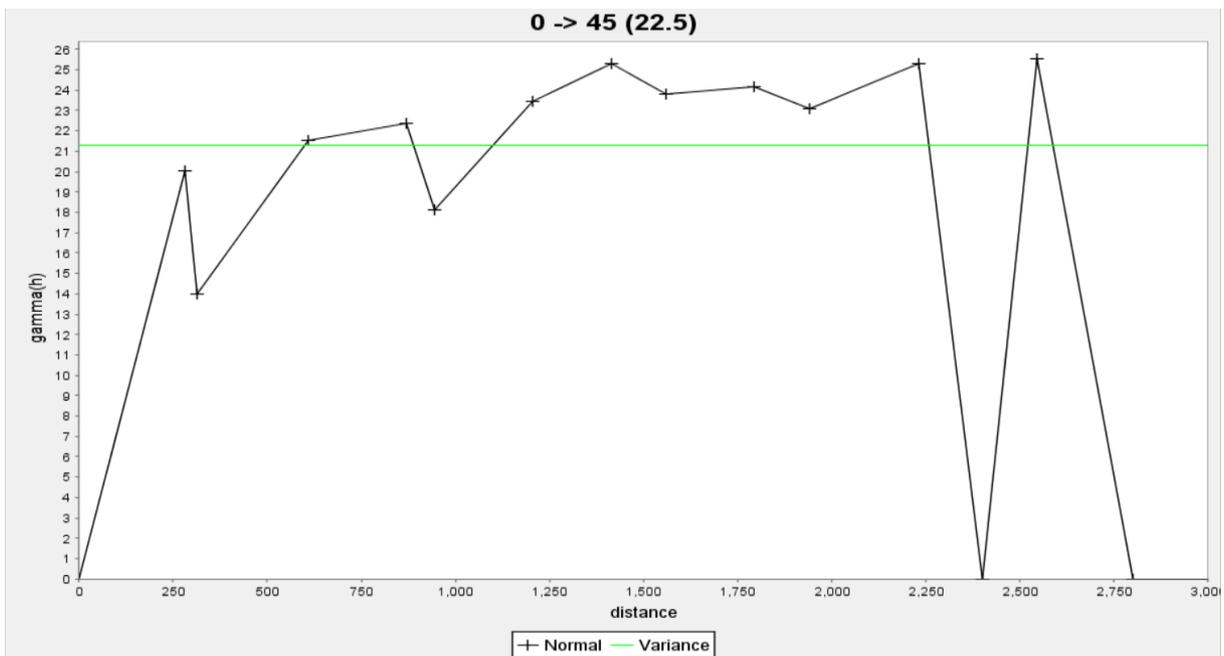


Figure IV.10. Variogramme directionnelle (azimuth=45°-spread=22.5°).

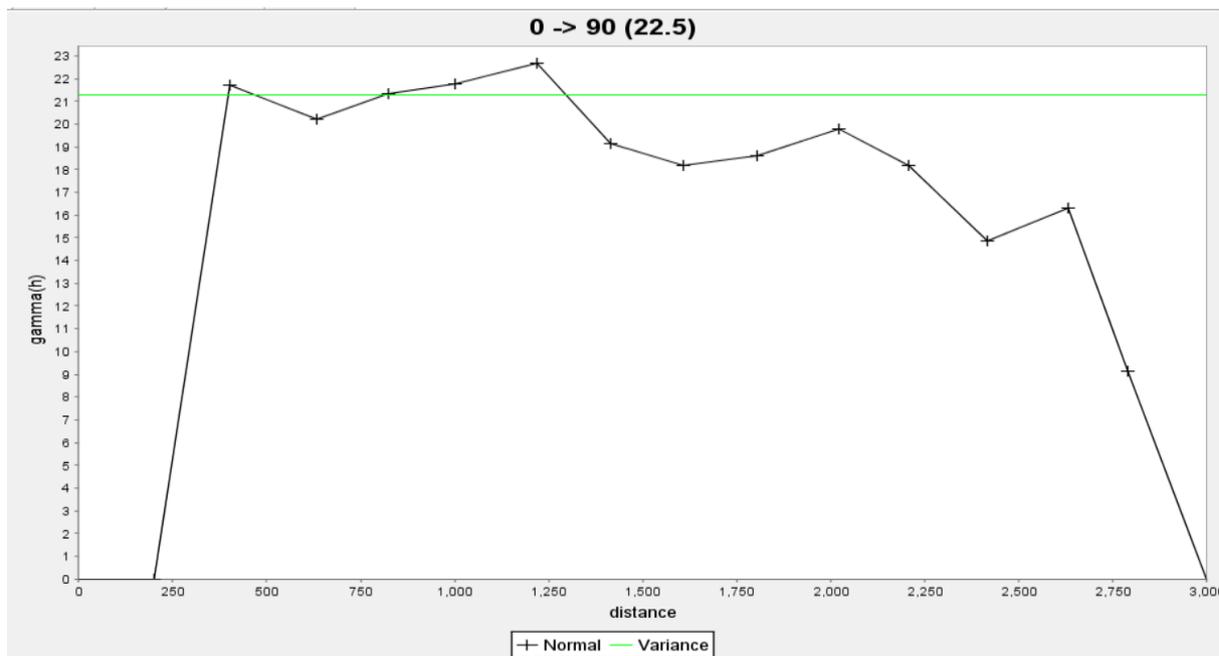


Figure IV.11. Variogramme directionnelle (Azimuth=90°-spread=22.5°).

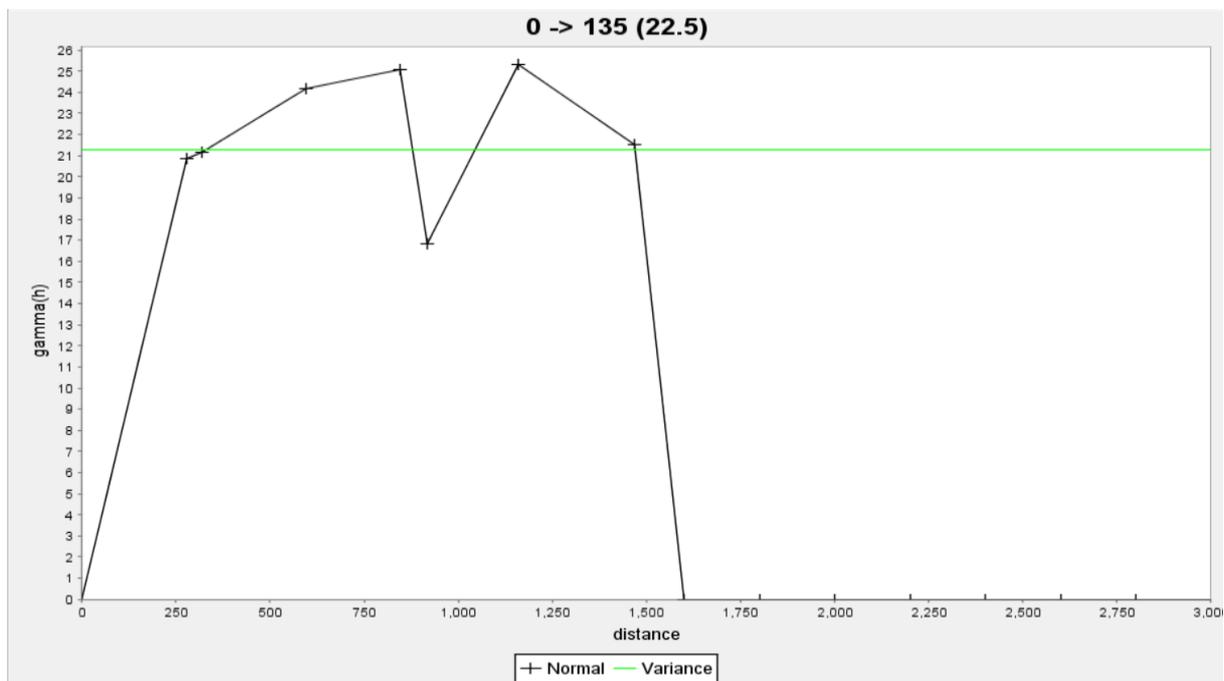


Figure IV.12. Variogramme directionnelle (Azimuth=135°-spread=22.5°).

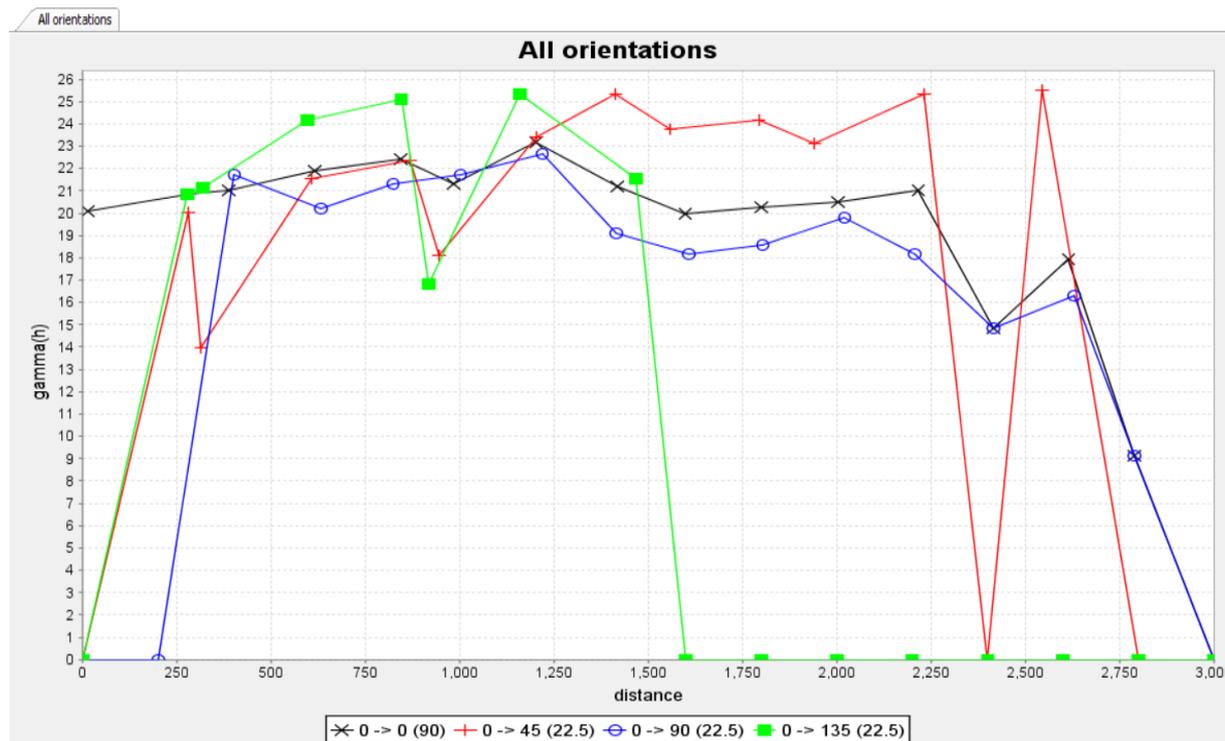


Figure IV.13. Ensemble des variogrammes directionnelles (Azimuth=0°,45°,90°,135°-spread=22.5°).

IV.3.2.4. La modélisation du variogramme expérimentale :

La modélisation d'un variogramme est tout simplement faire ajuster un variogramme de modèle connue (sphérique, exponentiel, effet de pépité, puissance, ...) à notre variogramme et de tirer les paramètres essentielles (palier, effet de pépité, la porte).

La modélisation d'un variogramme n'est pas une science exacte, il suffit de faire attention aux remarque suivantes :

- ✓ Il faut que le modèle respecte les principales caractéristiques du variogramme expérimental (comportement à l'origine, existence ou non d'un palier, anisotropie) et qu'il ne soit pas inutilement complexe
- ✓ Essayez de trouver le variogramme qui a la plus grande étendue et la plus faible variabilité.
- ✓ Considérez la géologie du domaine. Est-ce que le modèle que vous avez trouvé semble raisonnable pour vos données ? L'effet de pépité est-il élevé ou faible ? L'intervalle est-il approximativement ce que vous attendiez ? Si ce n'est pas le cas, vous devriez peut-être reconsidérer les domaines de données.

Pour notre cas, et après la bonne étude de notre variable, le modèle approprié à notre variogramme expérimentale est le modèle exponentiel, avec les paramètres suivants :

- **Le Palier** : 37.63481
- **Effet de pépité** : 0.6365
- **La portée** : 33.430

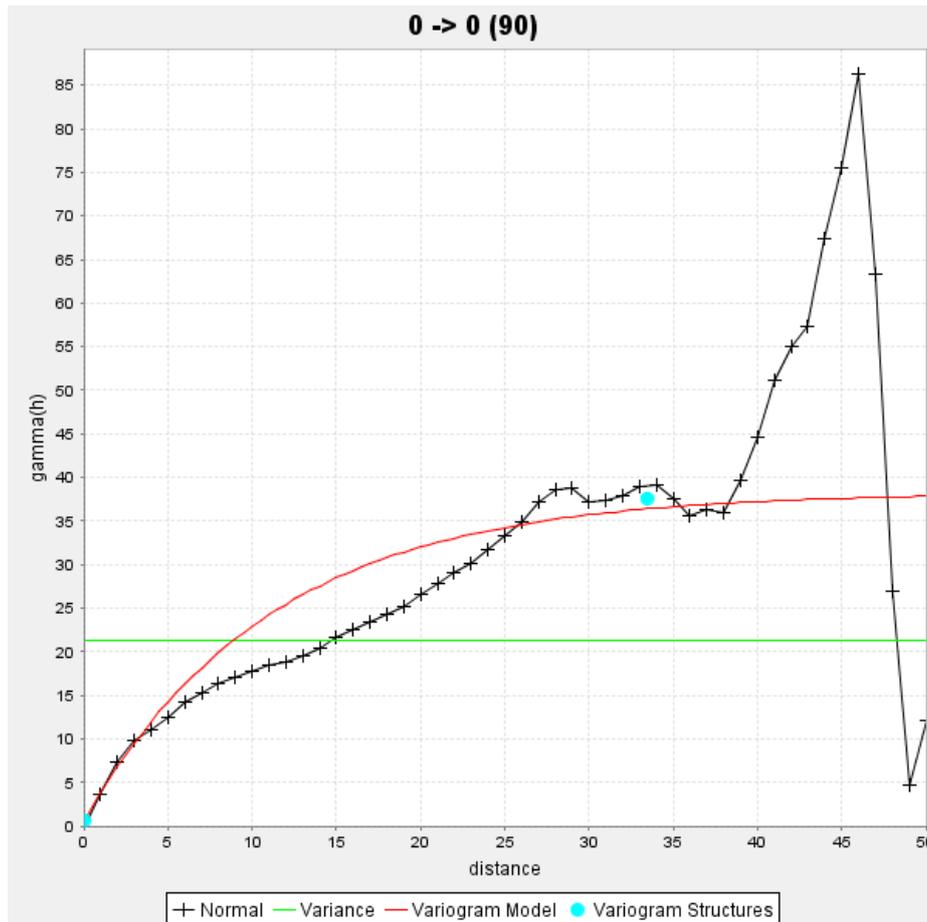


Figure IV.14. Modèle exponentiel ajusté ($0^\circ, 0^\circ, 90^\circ$).

IV.3.2.5. La carte de variogramme :

Un aspect important de toute évaluation géostatistique est de comprendre l'anisotropie des données, ou la direction qui présente la plus longue continuité. Il est également important de comprendre comment les valeurs des données changent par rapport à la direction ayant la plus longue continuité, ainsi que par rapport aux deux directions mutuellement perpendiculaires.

Une carte de variogramme est un outil de SURPAC qui vous permet de visualiser l'anisotropie dans un plan, et de calculer les paramètres de l'ellipsoïde d'anisotropie à utiliser dans l'estimation.

Pour cela on fait des variogrammes directionnelles suivant des différentes directions, et on cherche à extraire les paramètres d'anisotropie, qu'on va l'utiliser prochainement dans l'estimation par le krigeage.

Les principaux paramètres d'anisotropie sont :

- ✓ Les axes de l'ellipsoïde de recherche : représentés par les trois axes :
 - L'axe principale (le grand axe).
 - Le demi axe principale (demi grand axe).
 - L'axe mineur.

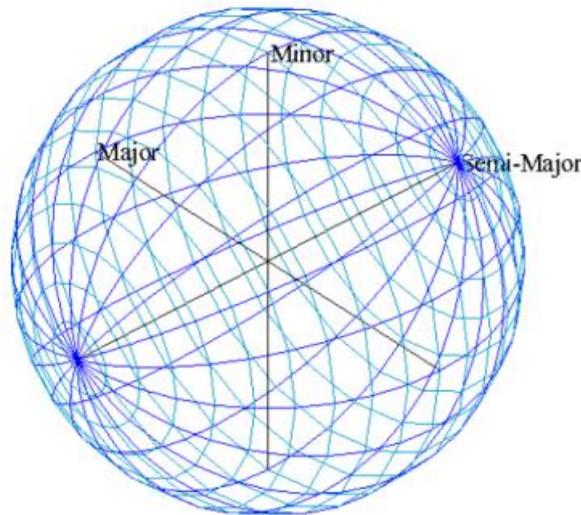


Figure IV.15. Les principaux axes de l'ellipsoïde de recherche. [16]

- L'orientation de l'ellipsoïde :
 - Le « bearing » : qui est l'azimut de l'axe principal dans le plan XY. Compris entre 0 et 360 degré décimale.
 - Le pendage : Il s'agit de la plongée au-dessus ou au-dessous du plan horizontal.
 - Le plongement : est la rotation du grand axe autour du demi-grand axe. Compris entre -90 et 90.
- Rapport d'anisotropie :
 - Axe principale/ demi axe principale
 - Axe principale/axe mineur

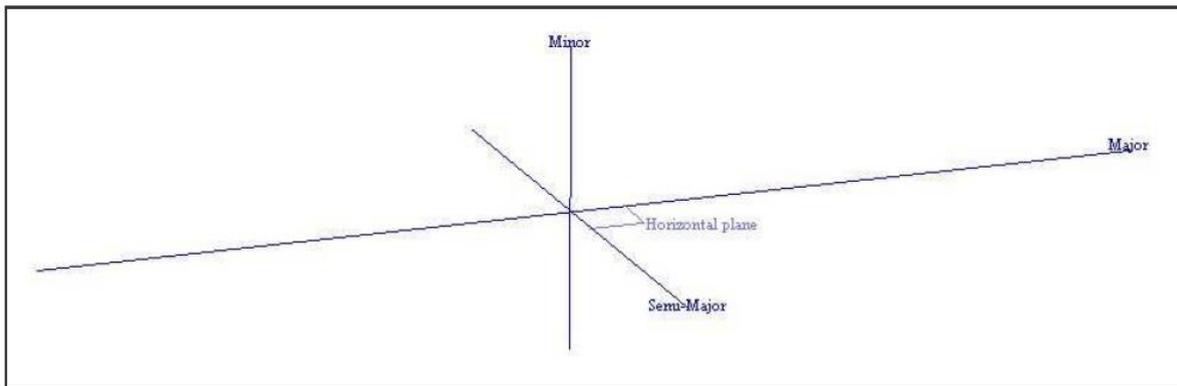


Figure IV.16. Les principaux axes de l'ellipsoïde de recherche dans l'espace. [16]

Remarque :

Dans le cas isotrope, les paramètres de l'orientation de l'ellipsoïde sont tous = 0

Et les 2 rapport d'anisotropie = 1

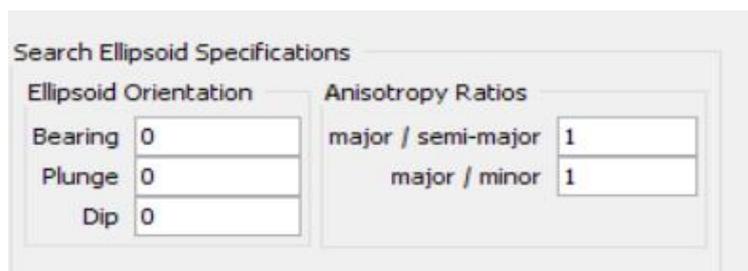


Figure IV.17. Cas isotrope.

Dans notre cas, et pour extraire les direction d'anisotropie, on va réaliser des variogrammes directionnelles dans des différentes directions en utilisons la carte de variogramme.

Pour déterminer les direction d'anisotropie, il faut d'abord recherchez le variogramme présentant la plus grande amplitude pour le seuil le plus bas. C'est l'axe principale.

- a) **L'axe principale :** tout d'abord et comme le premier pas de la procédure de l'extraction des direction d'anisotropie, il faut tirer l'axe principale de l'anisotropie.

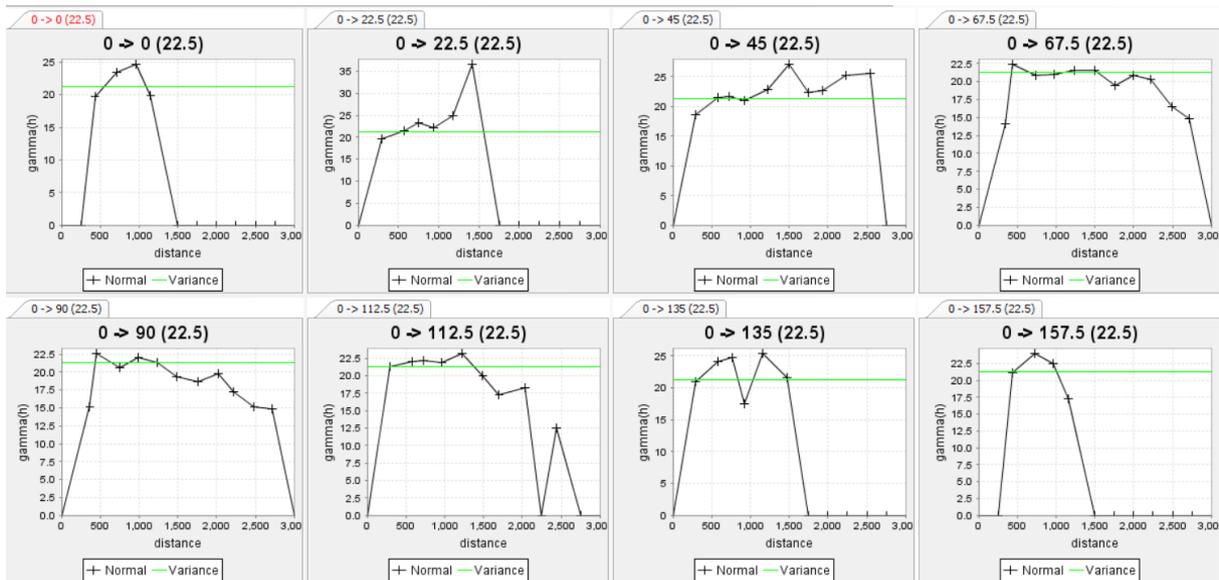


Figure IV.18. Les variogrammes directionnelles de la carte de variogramme.

La (Figure IV.19) montre le variogramme qui a la plus grande amplitude pour le seuil le plus bas, et donc c'est la direction de l'axe principale.

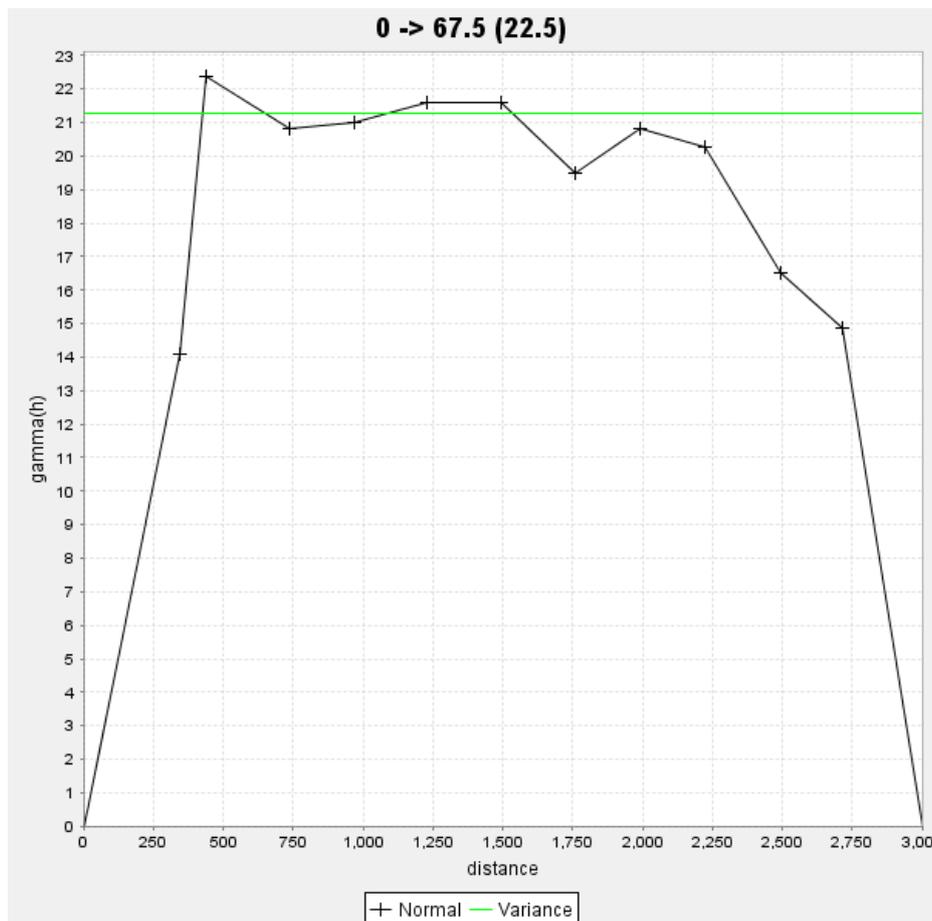


Figure IV.19. Le variogramme directionnelle de l'axe principale.

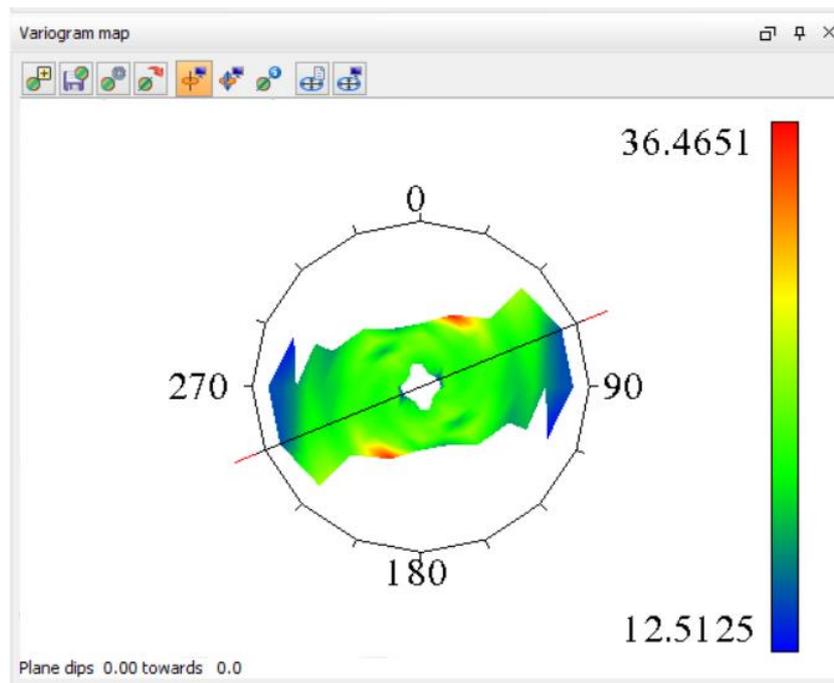


Figure IV.20. La direction de l'axe principale (la plus longue distance pour la plus bas variance).

À partir de la carte de variogramme primaire on aura : La direction de l'axe principale est de 67.5.

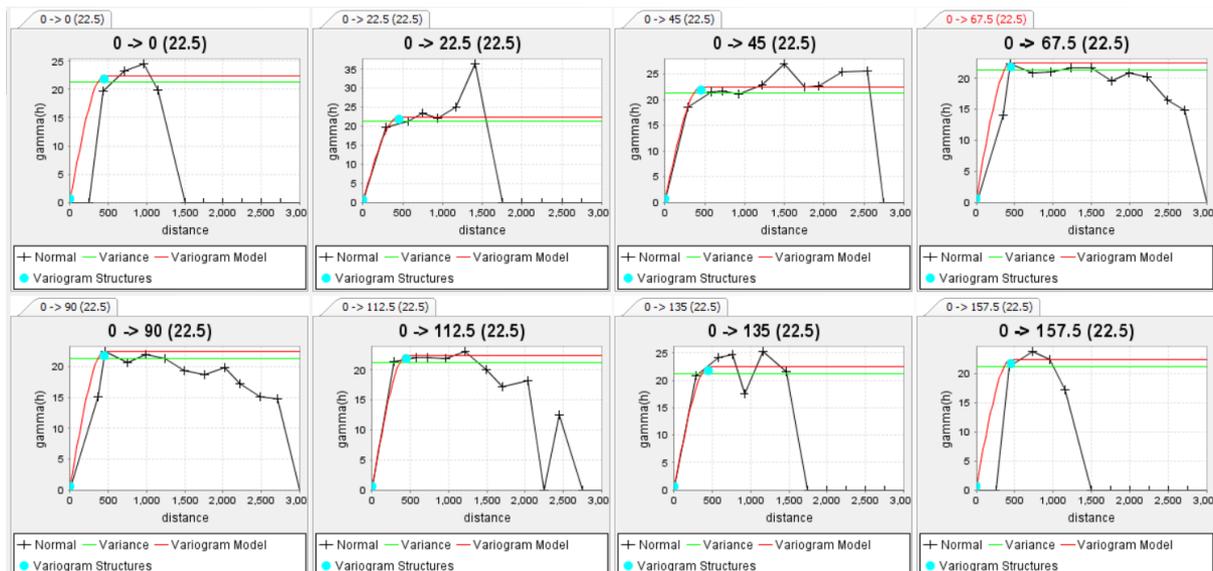


Figure IV.21. La modélisation des variogrammes directionnelle de l'axe principale.

Pour la direction 67.5 (l'axe principale) : on a ajusté le variogramme expérimentale a un modèle sphérique de paramètres suivantes :

- Le Palier :21.849
- Effet de pépite :0.6286
- La portée :448.739

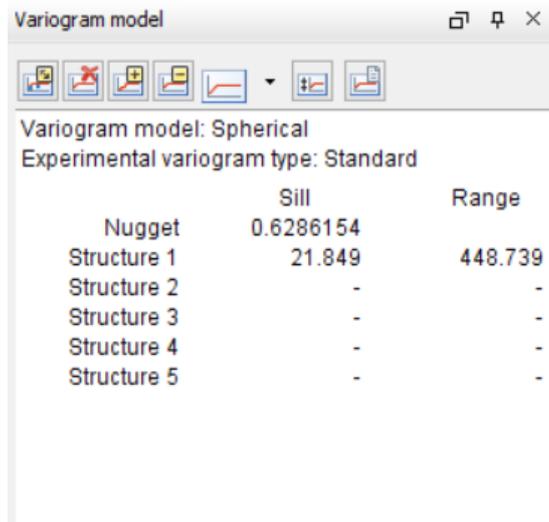


Figure IV.22. Les paramètres du variogramme de l'axe principale.

b) Le demi axe principale :

Le demi-grand axe est dans le même plan, et est perpendiculaire à l'xe principale. Elle est tirée à partir de la carte de variogramme secondaire, et elle est égale à : $67.5 + 90 = 157,5$.

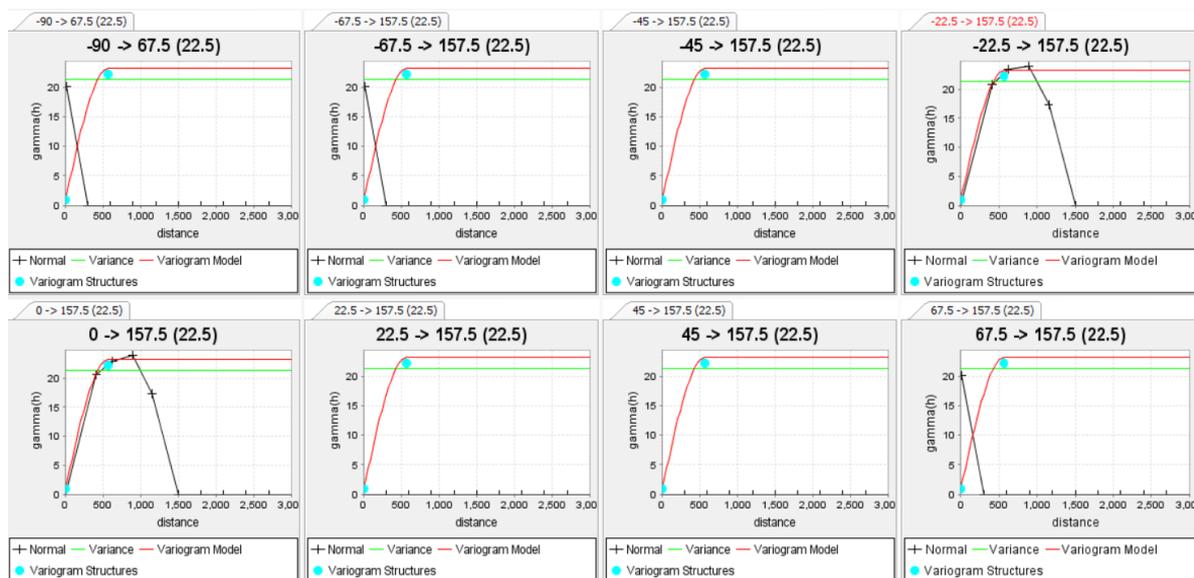


Figure IV.23. La modélisation des variogrammes directionnelle de demi axe principale.

Pour la direction 157.5 (l'axe demi principale): on a ajusté le variogramme expérimentale a un modèle sphérique de paramètres suivantes :

- **Le Palier** : 22.26256
- **Effet de pépite** : 0.8940
- **La portée** : 565.780

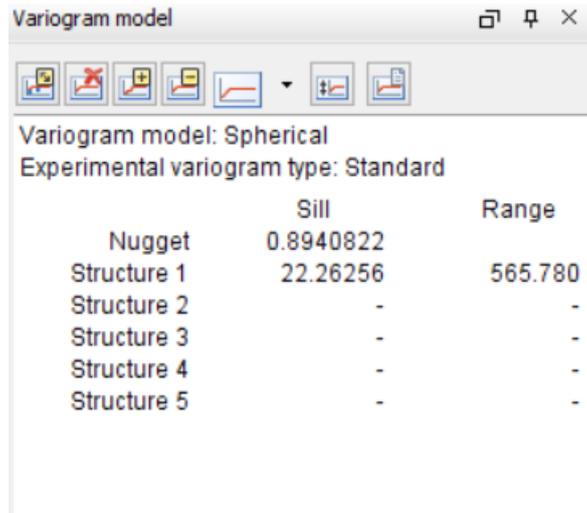


Figure IV.24. Les paramètres du variogramme du demi axe principale.

c) L'axe mineur :

Le dernier axe aussi perpendiculaire au 2 premiers axe.



Figure IV.25. Les directions des 3 axe d'anisotropie.

Remarque :

Comme vous pouvez le constater, non seulement la modélisation des variogrammes est un processus non scientifique, mais l'orientation du grand axe est également sujette à l'interprétation et au débat.

IV.4. Le krigeage 3d :

La couche de phosphate concerné par le krigeage, est subdivisé en bloc de taille 10 m de largeur, 10 m de longueur, et 15 m de hauteur, ce qui donne 50640 bloc sur une superficie de 2207067 m².

Les (Figure IV.26) montre le bloc modèle de la couche de phosphate et la vue en grille 3d.

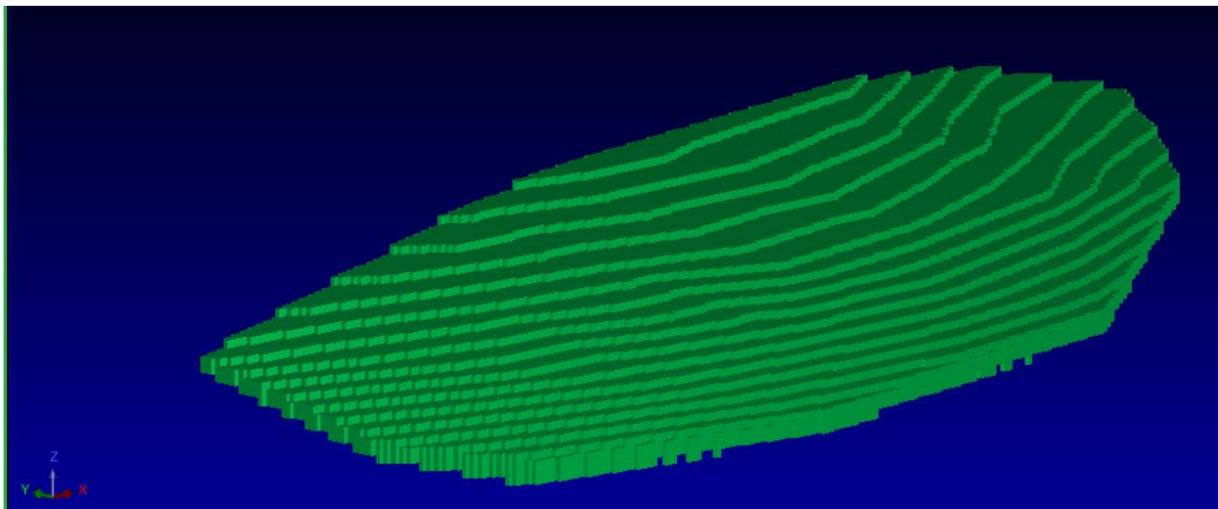


Figure IV.26. La couche de phosphate à estimer.

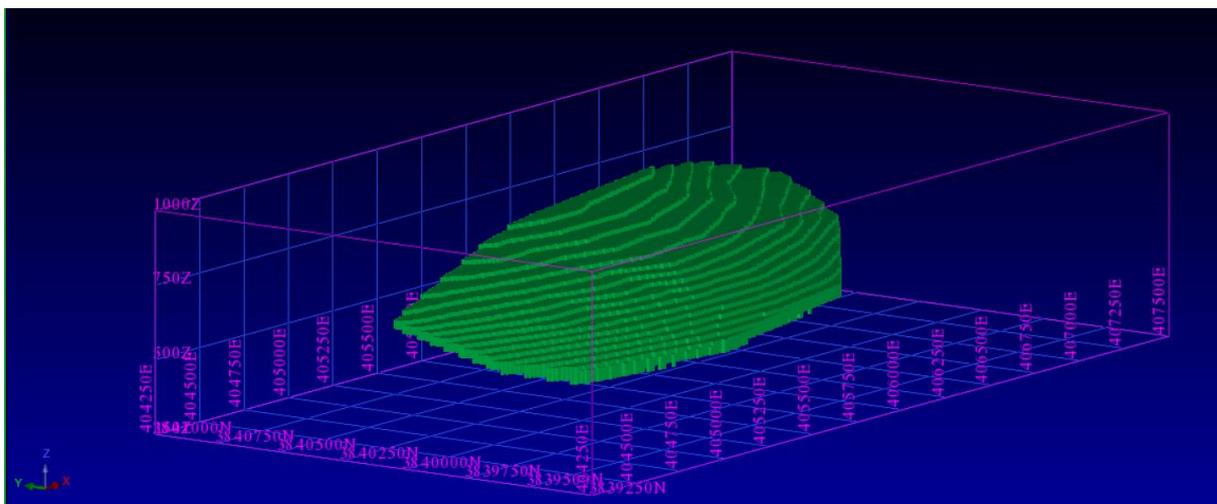


Figure IV.27. La couche de phosphate à estimer dans une grille 3D.

IV.4.1. Carte des teneurs en P_2O_5 de la couche de phosphate :

La figure (IV.28) suivante montre la répartition des teneurs en P_2O_5 obtenue par la méthode de krigeage ordinaire, on distingue les zones de haute minéralisation en rouge (25-30), les faibles minéralisations en Blue (0-10) et la moyenne minéralisation en vert (10-15).

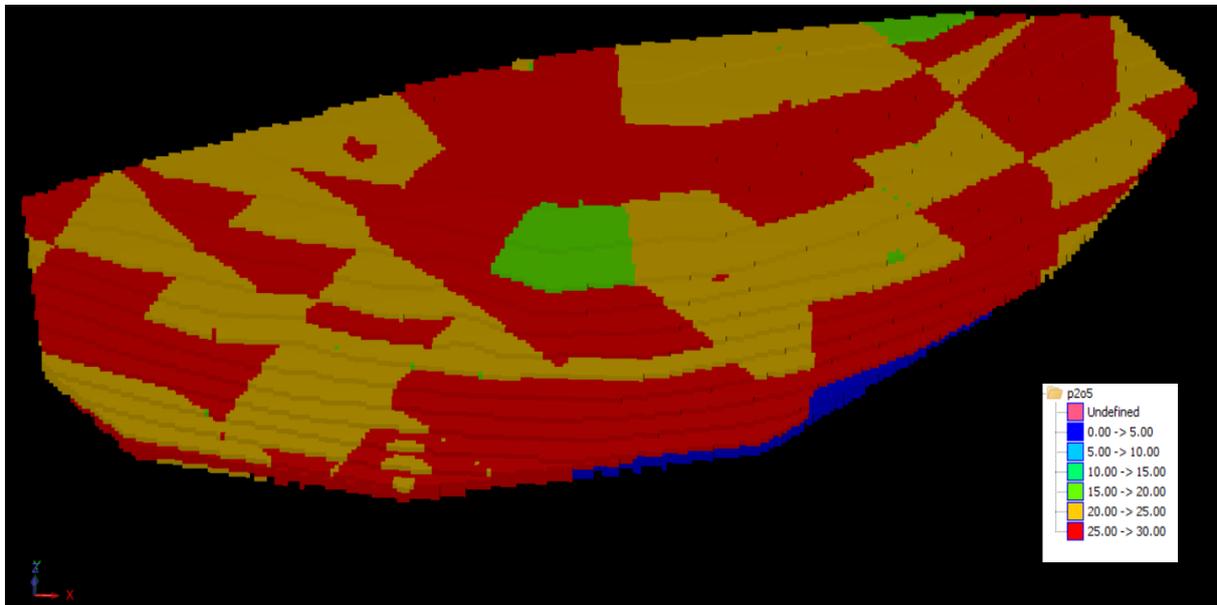


Figure IV.28. Carte des teneurs estimées en P_2O_5

On remarque qu'il y a des zones de faible minéralisation (en Blue) à cause de faible échantillonnage. la figure suivante montre le phénomène.

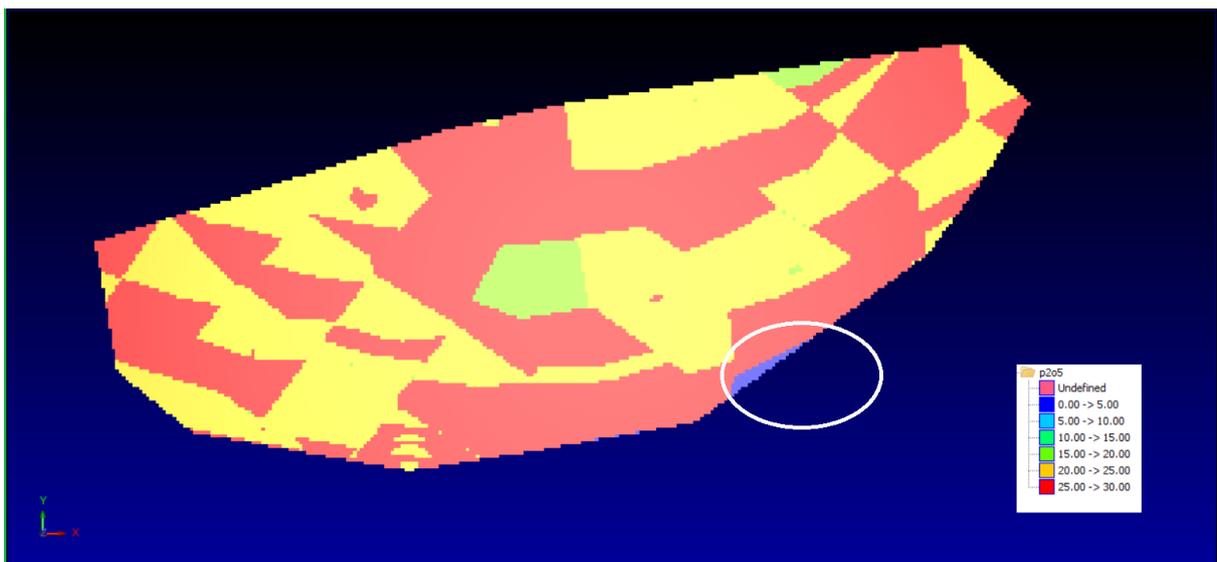


Figure IV.29. La zone de baisse teneurs en P_2O_5

IV.4.2. Variance de krigeage pour les épaisseurs de la couche médiane :

La carte de la variance de krigeage montre que la variance d'estimation augmente au fur et à mesure que nous nous éloignons des sondages de prospection, la majorité des valeurs importantes se localise entre les sondages et aux extrémités de la zone.

La (**Figure IV.30**) suivante montre la variance d'estimation des teneurs en P_2O_5 par krigeage ordinaire.

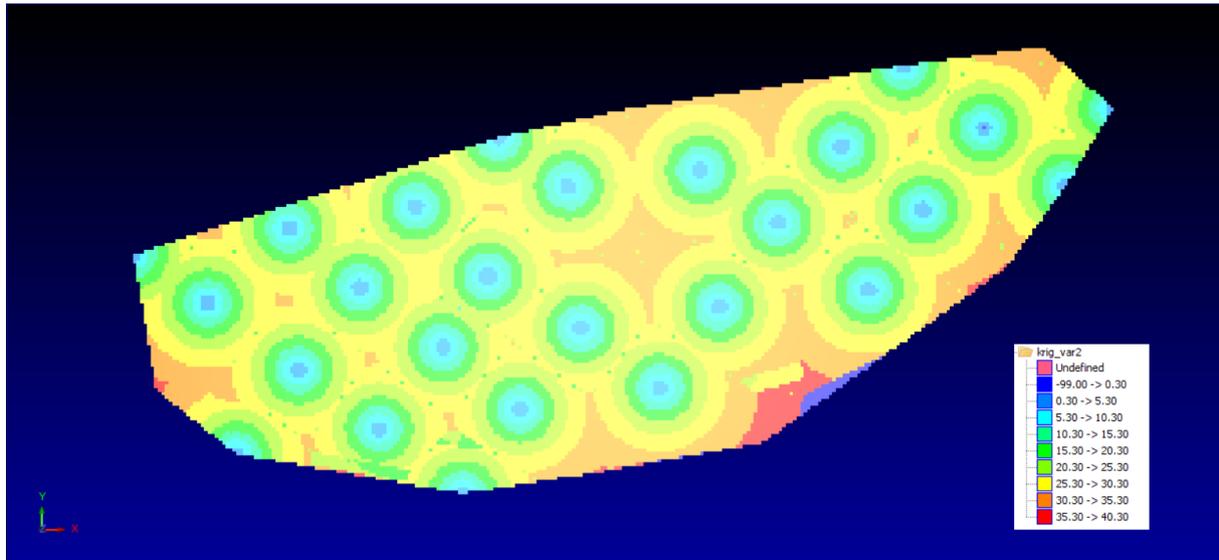


Figure IV.30. La variance d'estimation du krigeage des teneurs en P_2O_5

IV.4.3. Carte des teneurs en MgO de la couche de phosphate :

La (**Figure IV.31**) suivante montre la répartition des teneurs en MgO obtenue par la méthode de krigeage ordinaire, on distingue les zones de haute minéralisation en rouge (7--9), les faibles minéralisations en Blue (0--1.5) et la moyenne minéralisation en vert (4.6--6).

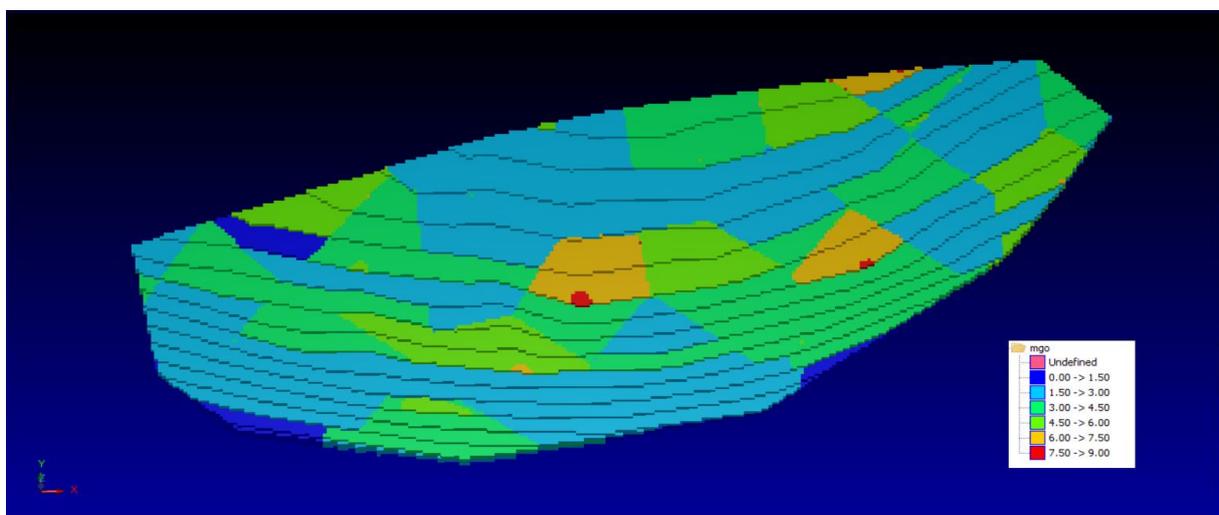


Figure IV.31. Carte des teneurs estimées en MgO

La (figure IV.32) suivante montre la variance de krigeage des teneurs en MgO par krigeage ordinaire.

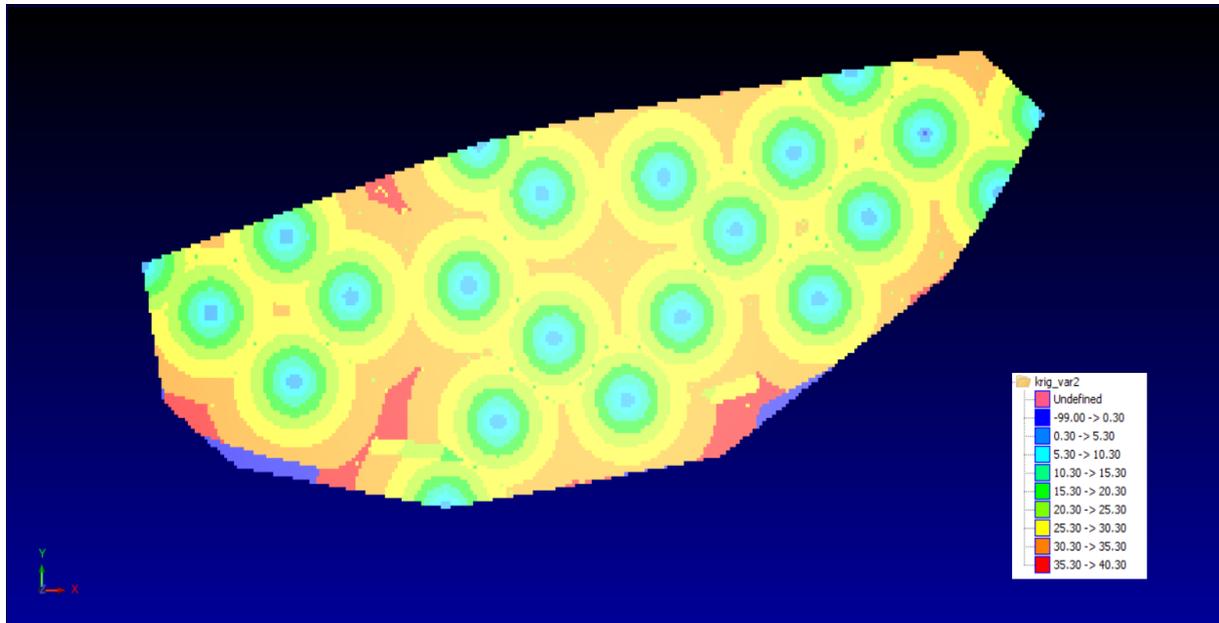


Figure IV.32. La variance d'estimation du krigeage des teneurs en MgO

IV.5. La validation croisée entre les valeurs estimées et les valeurs réelles:

Le but de ce chapitre est de faire une validation croisée entre les valeurs estimées par le krigeage ordinaire et les valeurs vraies obtenues par analyse chimique. Le degré de similitude des valeurs estimées et des valeurs vraies nous renseigne sur la qualité de l'estimateur (KO).

Pour cela, on reprend le même travail fait dans le chapitre précédent, mais en appliquant sur l'estimation par le krigeage ordinaire.

Le (Tableau IV.2) montre les valeurs des teneurs en P_2O_5 réelles et en MgO, avec les teneurs estimés en P_2O_5 et en MgO.

Tableau IV.2. Les teneurs estimées et réelles et la variance de krigeage.

N° d'échantillons (bloc)	Teneurs vraies en P_2O_5	Teneurs estimés en P_2O_5	Teneurs vraies en MgO	Teneurs estimés en MgO	Variance de krigeage
1	28.65	27.84	1.68	2.73	24.885
2	29.15	27.04	1.54	2.73	25.959
3	29.2	27.07	1.53	2.38	18.667
4	29.05	27.03	1.58	2.73	27.229
5	29.1	27.05	1.56	3.96	19.528
6	29	27.83	1.59	3.96	18.995
7	28.9	26.87	1.62	3.96	17.388
8	29.05	27.11	1.59	2.19	25.3
9	29.6	27.93	1.24	2.86	24.468
10	28.8	26.88	1.68	2.46	23.347
11	27.7	25.81	2.36	3.95	22.781
12	28.83	26.73	1.65	2.76	22.299
13	29.7	27.01	1.17	2.73	26.086
14	29.55	27.09	1.25	2.73	24.459
15	29.1	27.07	1.57	2.73	23.468
16	29.8	27.05	1.09	2.74	22.46
17	27.9	27.03	2.22	2.74	23.316
18	29.3	27.02	1.47	2.74	21.257

IV.5.1. Corrélation entre les teneurs en P_2O_5 vraies et estimées:

Le biais conditionnel peut être diagnostiqué et le degré de du biais en représentant graphiquement les valeurs vraies $Z(x)$ par rapport aux estimations correspondantes $Z^*(x)$.

La (Figure III.33) suivante montre graphiquement les résultats de la validation croisée pour les données des analyses chimiques et de l'estimation par krigeage ordinaire (teneurs en P_2O_5).

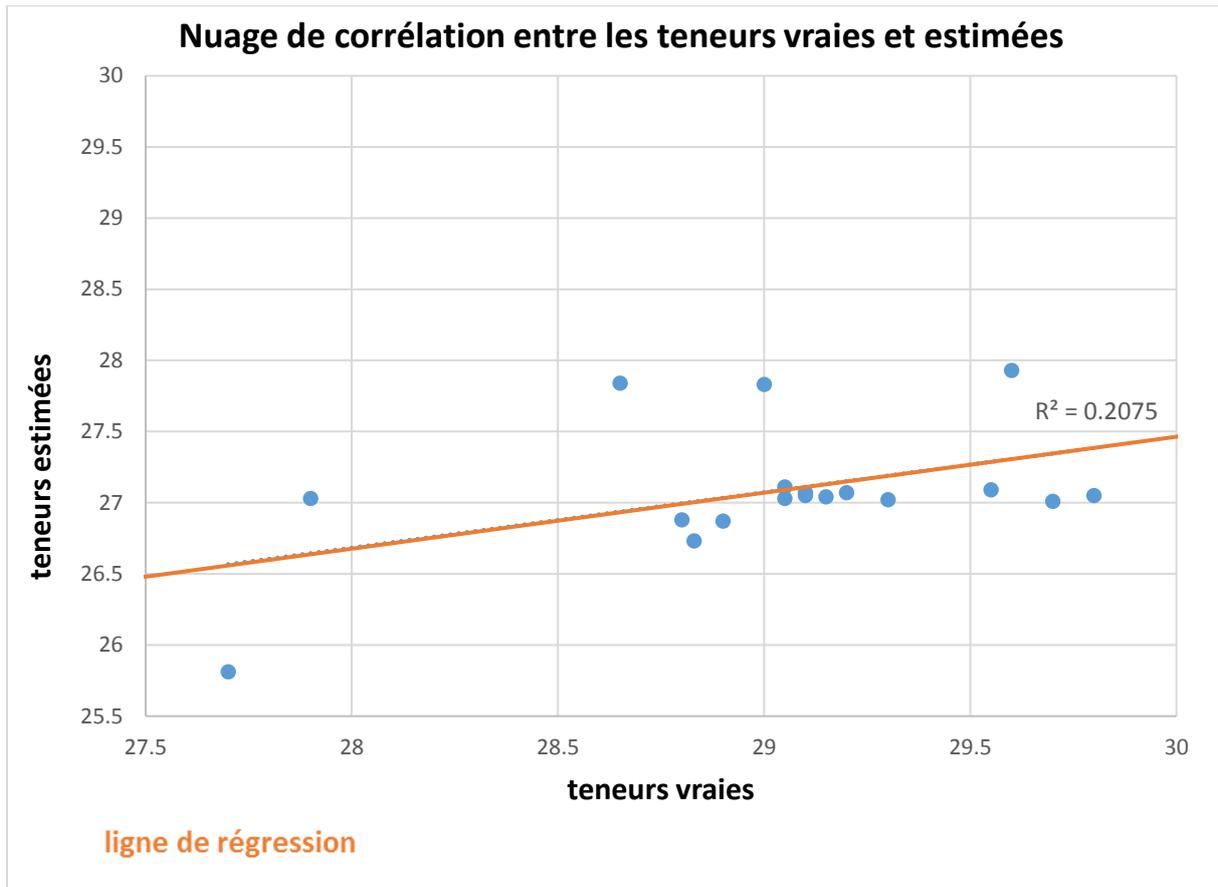


Figure IV.33. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (teneurs en P_2O_5).

Une manière d'examiner le comportement de l'estimateur (KO) consiste à tracer la dispersion des valeurs vraies par rapport à leurs estimations. Nous aimerions que les deux soient identiques, mais la perfection de ce genre est insaisissable dans la nature. Le mieux que nous puissions espérer est que notre estimateur soit conditionnellement non biaisé, ce qui signifie que :

$$E[Z(x_0)\hat{Z}(x_0)] = \hat{Z}(x_0)$$

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est faiblement dispersé (regroupé), ce qui indique une bonne précision des estimations (si la valeur estimée coïncide avec la valeur réelle, le point correspondant est situé proche de la diagonale).

Le coefficient de corrélation entre les teneurs réelles et estimées est : $R = 0.45$.

Cette valeur de coefficient de corrélation indique une bonne corrélation entre les teneurs estimées et les teneurs vraies, et donc une similitude entre les teneurs.

La déviation de la ligne de régression par rapport à la diagonale indique un biais conditionnel, plus la déviation est importante, plus le degré de biais conditionnel est élevé, pour ce cas, la déviation est acceptable.

La (**Figure IV.34**) suivante montre l'histogramme des erreurs de l'estimation par KO pour les teneurs en (P_2O_5).

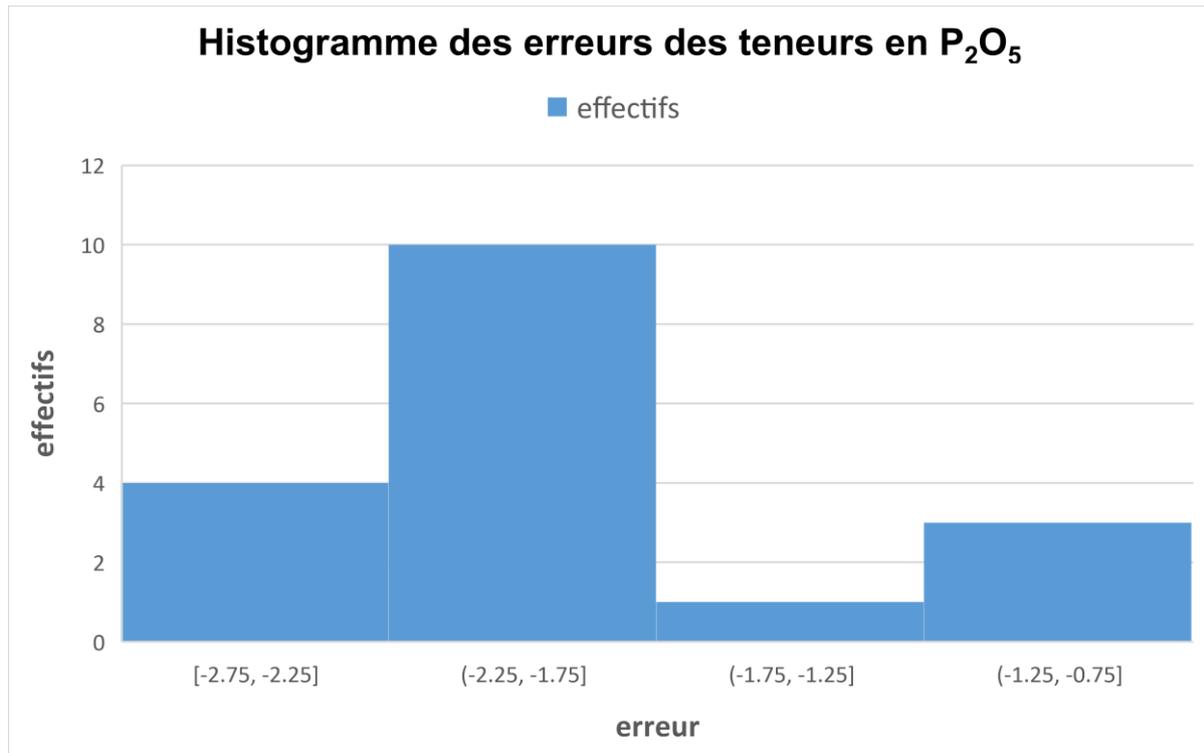


Figure IV.34. Histogramme des erreurs des teneurs en P_2O_5 ($Z_i^* - Z_i$).

Cet histogramme est centré autour de (-2) , et le moyen des erreurs ($Z_i^* - Z_i$) est de (-1.94) , ce qui montre que l'estimateur est non biaisé (KO).

L'erreur moyenne devrait idéalement être de 0 pour un estimateur idéal sans biais, et puisque on est dans le cas d'un estimateur exacte (KO), L'approche de krigeage est la meilleure et non biaisée au sens des moindres carrés, car elle est obtenue dans des conditions où la variance de l'erreur d'estimation est minimale pour une configuration de données et l'espérance mathématique de l'erreur est égale à égale à 0.

Il est clair que le krigeage possède les caractéristiques suivantes :

- Sans biais :
$$\mathbf{E}[\hat{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{Z}(\mathbf{x}_0)] = \mathbf{0}$$
- Et de variance minimum :
$$\mathbf{var}[\hat{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{Z}(\mathbf{x}_0)]$$

La (**Figure III.35**) suivante montre la corrélation entre les teneurs estimées et vraies en P2O5 et la diagonale (optimale) de l'estimation par le KO.

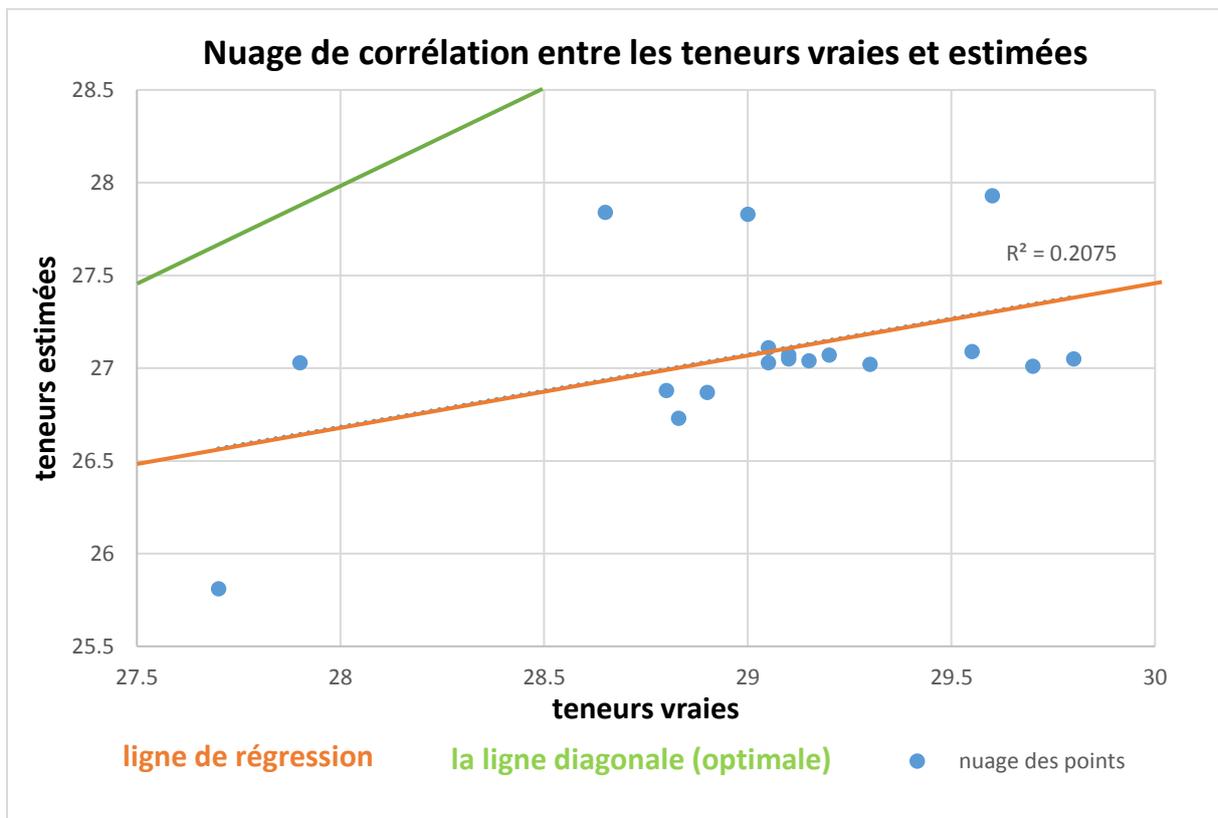


Figure IV.35. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées.

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est situé au-dessous de la diagonale qui est le cas optimal ou les teneurs vraies égale les teneurs estimées, ce qui indique une sous-évaluation des teneurs vraies par l'estimateur (KO).

La (**Figure IV.36**) suivante montre l'intersection des 2 lignes (la ligne de régression et la diagonale).

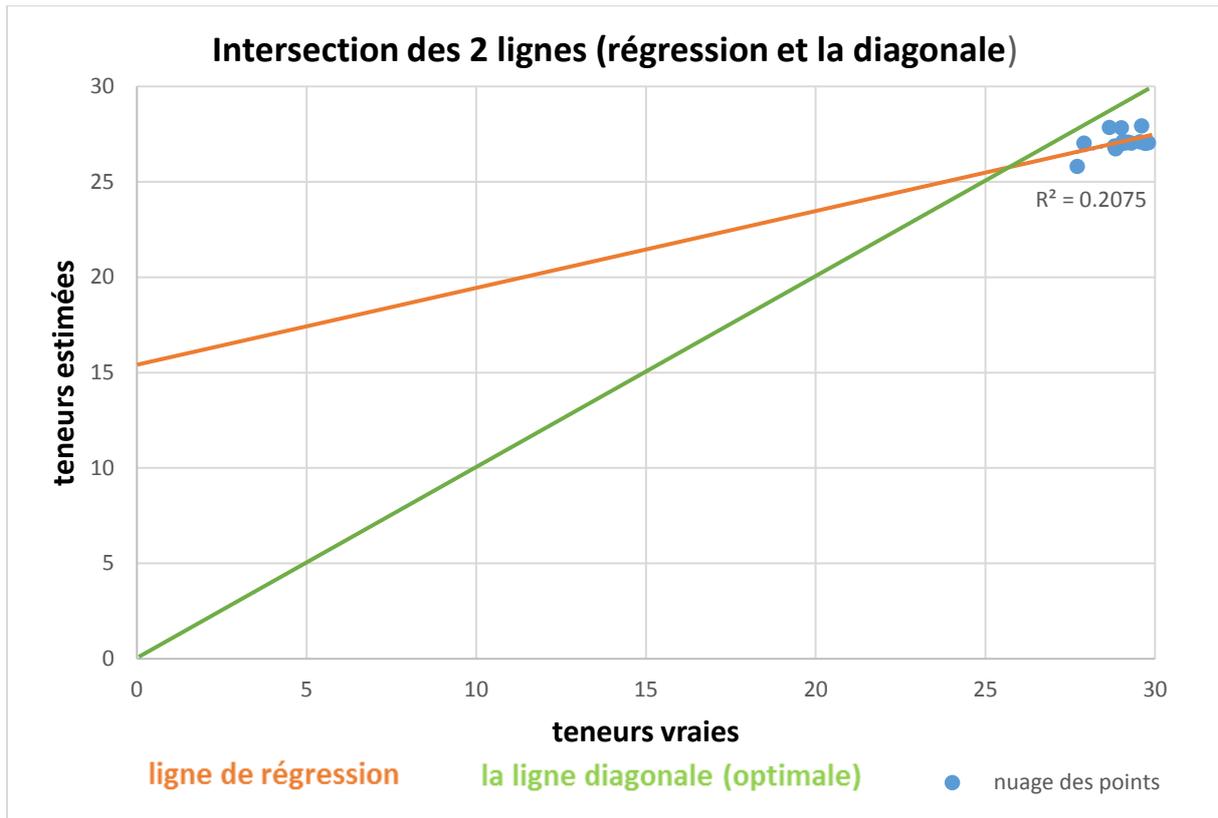


Figure IV.36. Intersection des 2 lignes (régression et la diagonale).

IV.5.2. Corrélation entre les teneurs en MgO réelles et estimées:

La (Figure IV.37) suivante montre graphiquement les résultats de la validation croisée pour les données des analyses chimiques et de l'estimation par le KO (teneurs en MgO).

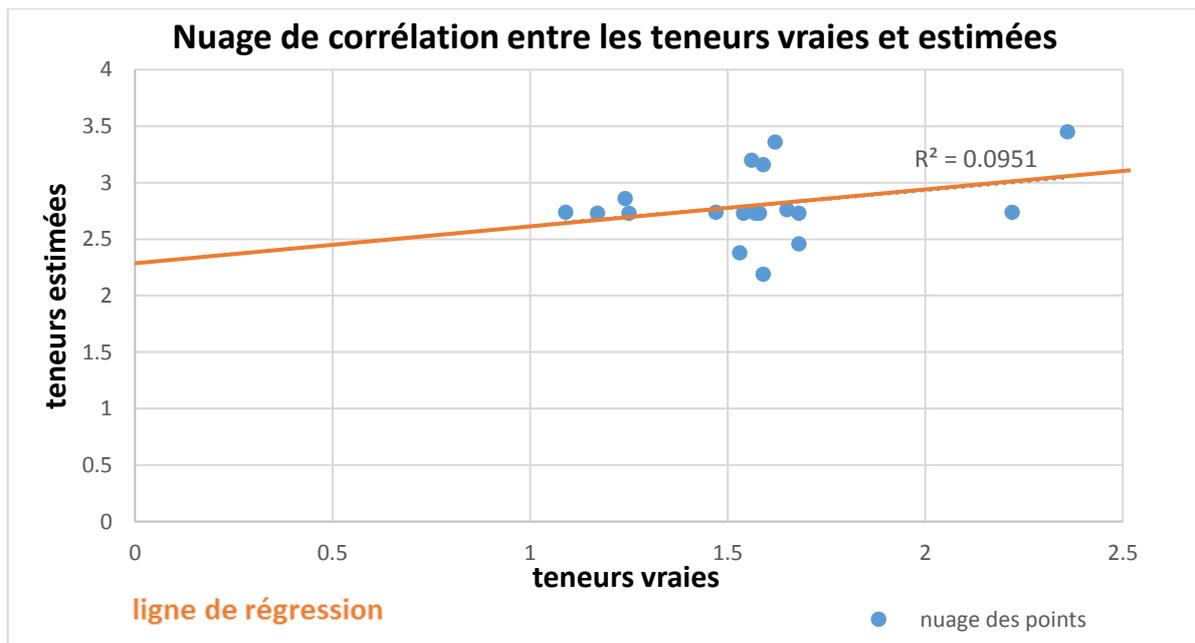


Figure IV.37. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (MgO).

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est faiblement dispersé (regroupé), ce qui indique une bonne précision des estimations (si la valeur estimée coïncide avec la valeur réelle, le point correspondant est situé proche de la diagonale).

Le coefficient de corrélation entre les teneurs réelles et estimées est : $R = 0.30$.

Cette valeur de coefficient de corrélation indique une bonne corrélation entre les teneurs estimées et les teneurs vraies, et donc une moyenne similitude entre les teneurs.

La déviation de la ligne de régression par rapport à la diagonale indique un biais conditionnel, plus la déviation est importante, plus le degré de biais conditionnel est élevé, pour ce cas, la déviation est acceptable.

La (**Figure IV.38**) suivante montre l'histogramme des erreurs de l'estimation par KO pour les teneurs en MgO.

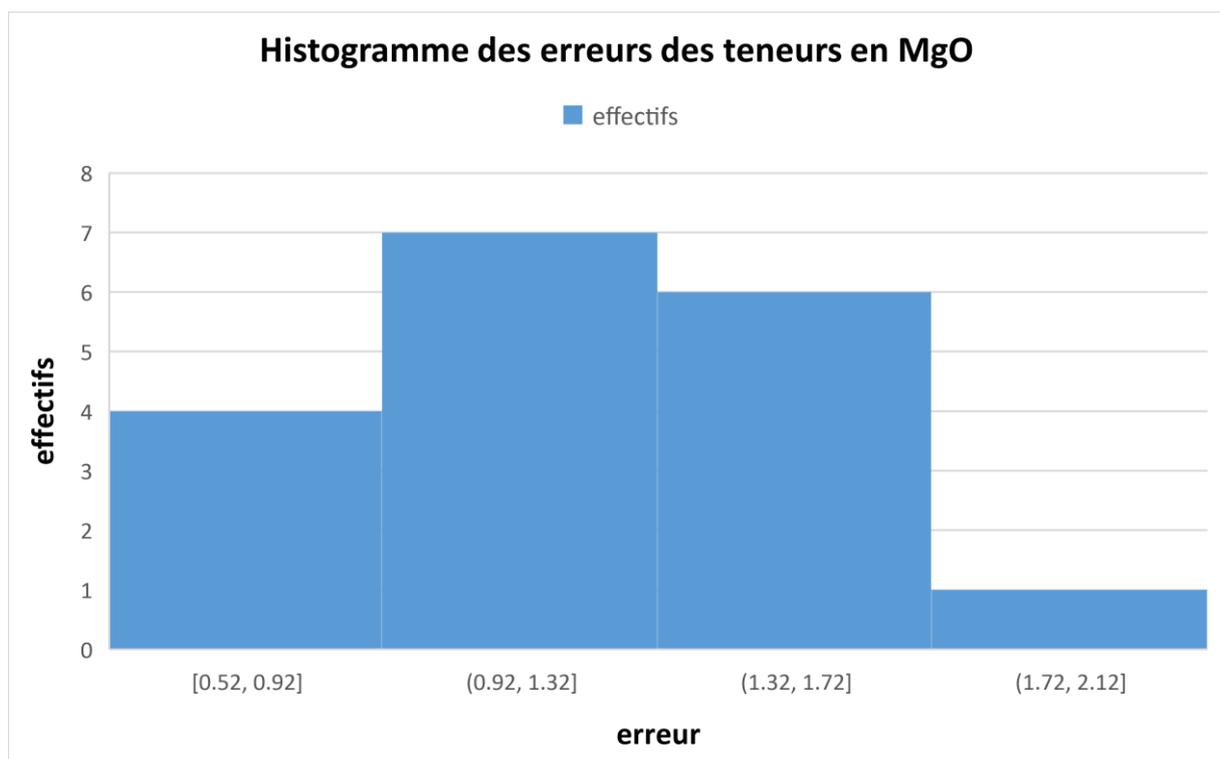


Figure IV.38. Histogramme des erreurs des teneurs en MgO ($Z_i^* - Z_i$).

Cet histogramme est centré autour de 1, et le moyen des erreurs ($Z_i^* - Z_i$) est de (1.22), ce qui montre que l'estimateur est non biaisé (KO).

La (**Figure III.39**) suivante montre la corrélation entre les teneurs estimées et vraies en MgO et la diagonale (optimale) de l'estimation par le KO.

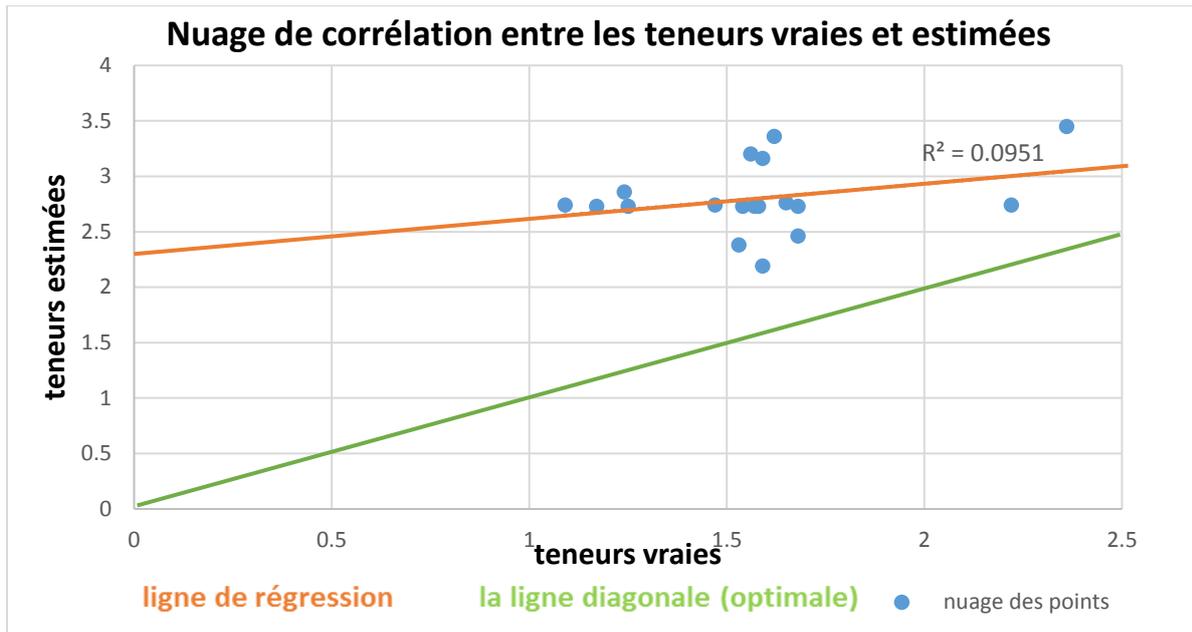


Figure IV.39. Nuage de corrélation entre les teneurs vraies et estimées (MgO).

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) est situé au-dessus de la diagonale qui est le cas optimal ou les teneurs réelles égale les teneurs estimées, ce qui indique une surévaluation des teneurs vraies par l'estimateur (KO).

La (Figure IV.40) suivante montre l'intersection des 2 lignes (la ligne de régression et la diagonale).

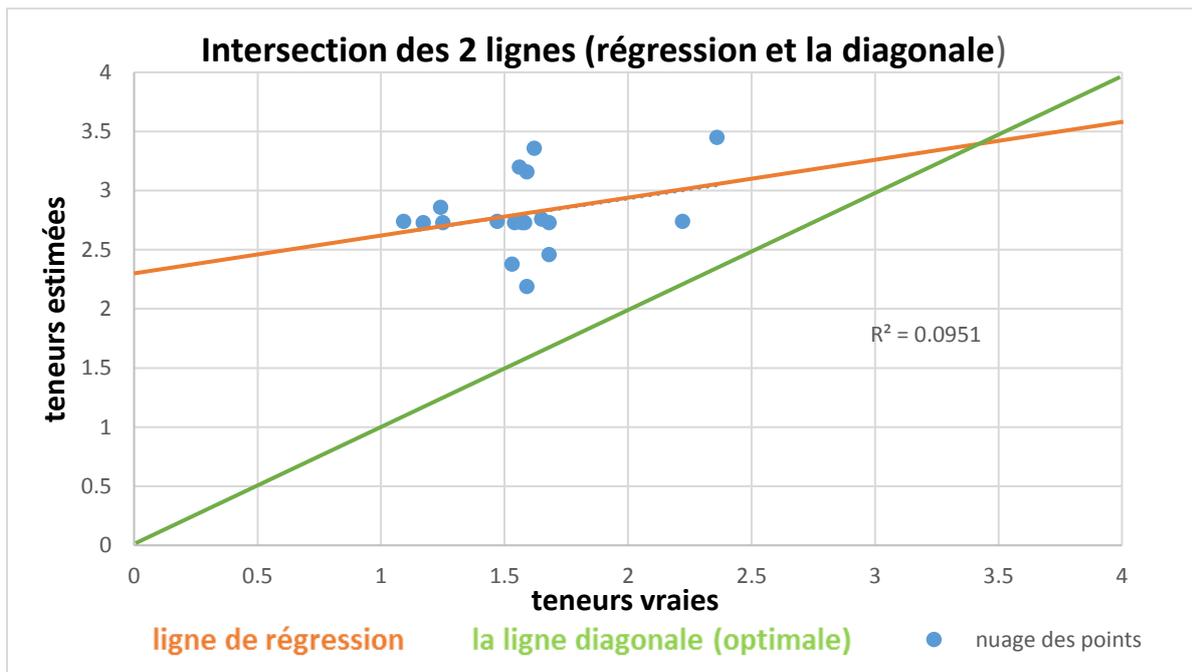


Figure IV.40. Intersection des 2 lignes (régression et la diagonale) (MgO).

IV.5.3. Courbe de teneurs vraies et estimées en P_2O_5 :

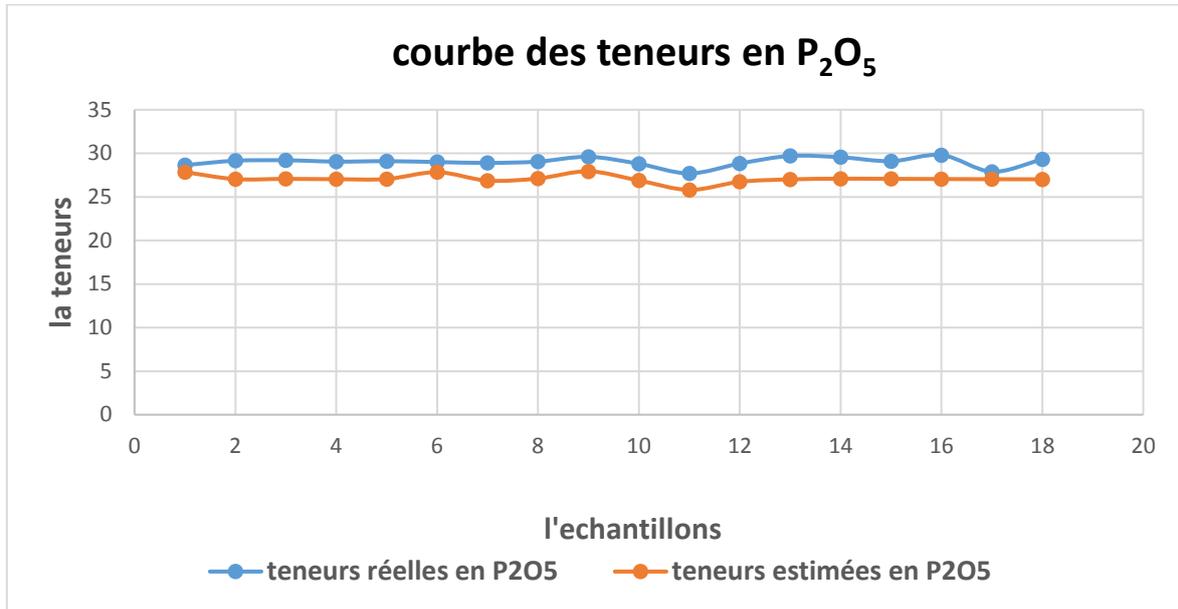


Figure IV.41. Les teneurs vraies et estimées en P_2O_5 par le krigeage ordinaire.

IV.5.4. Courbe de teneurs vraies et estimées en MgO :

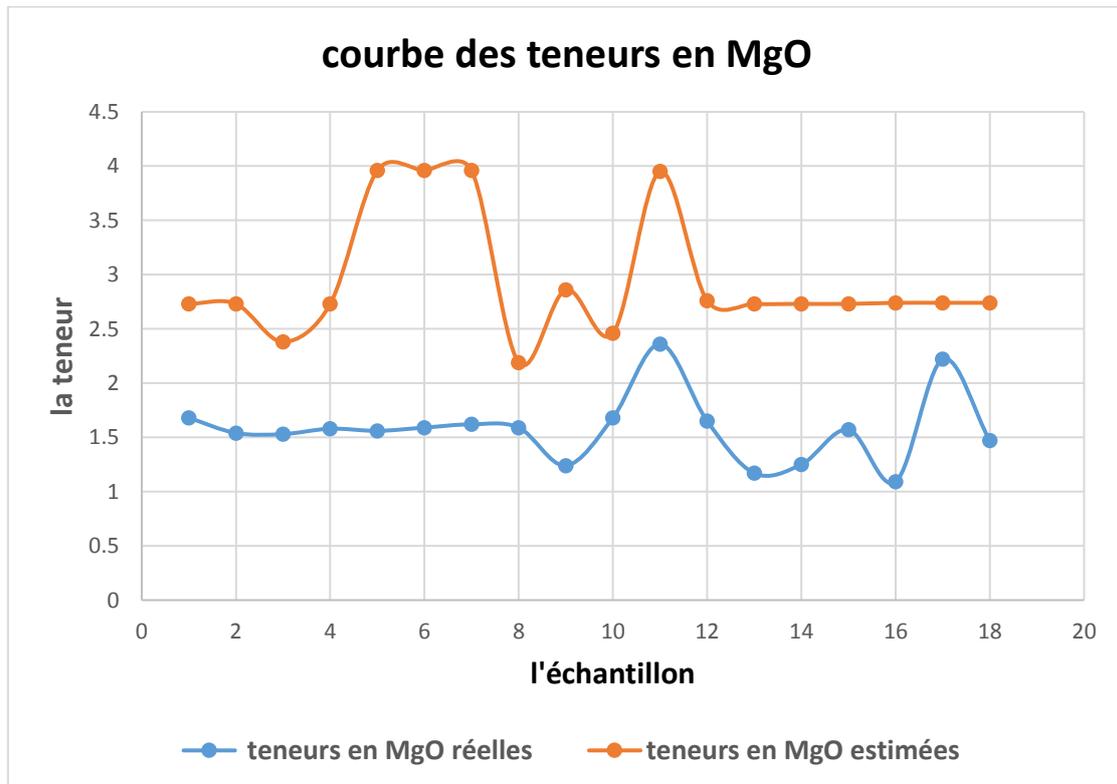


Figure IV.42. Les teneurs vraies et estimées en MgO par le krigeage ordinaire.

IV.5.5. Courbe de teneurs vraies et estimées en P₂O₅ et MgO:

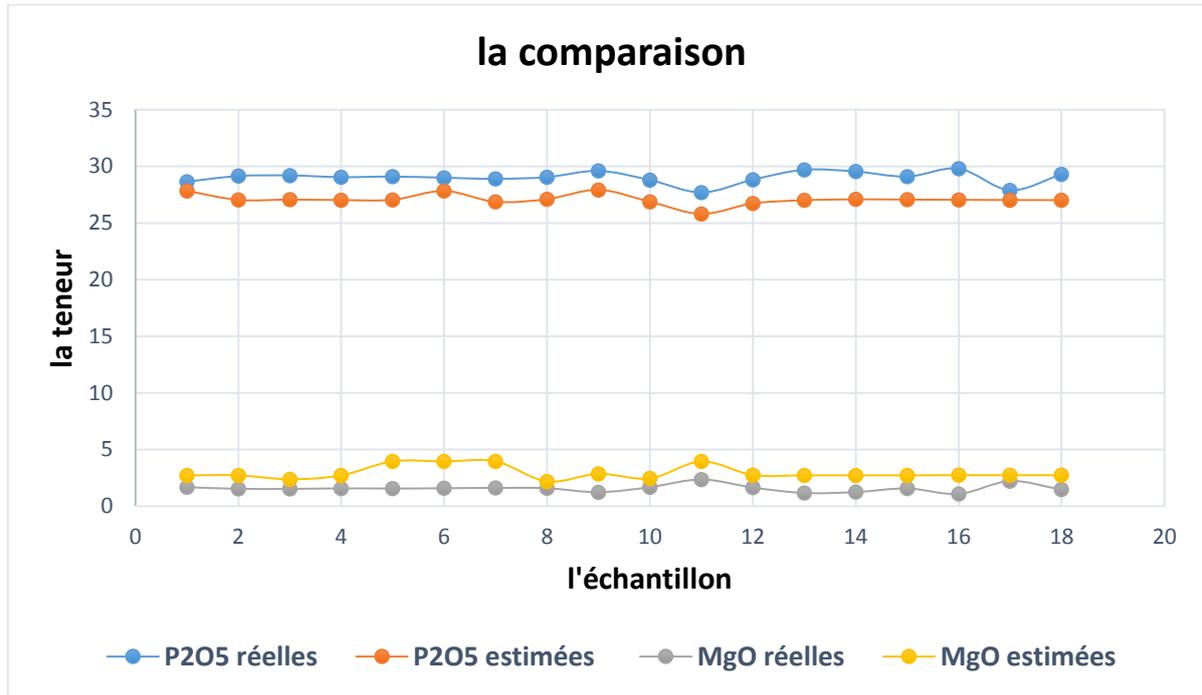


Figure IV.43. Les teneurs vraies et estimées en P₂O₅ et en MgO par le krigeage ordinaire.

IV.5.6. La variance de krigeage :

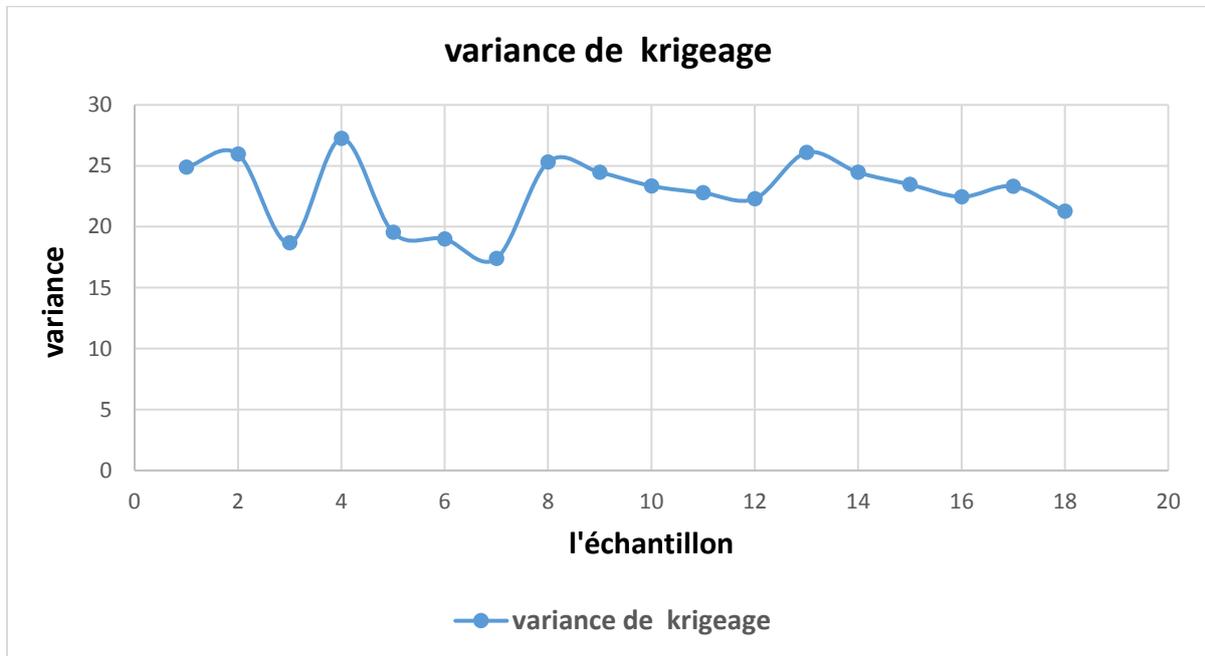


Figure IV.44. La variance de krigeage.

Les figures (**Figure IV.41, IV.42, IV.43**) montrent les courbes des teneurs vraies et estimées, la similitude des valeurs est remarquable, ce qui justifie les résultats obtenus auparavant par la validation croisée.

IV.7. Estimation des réserves du gisement de kef elsnoune :

Le tableau suivant représente les réserves du gisement de kef elsnoune dont la méthode d'estimation est le krigeage ordinaire, les réserves avant l'exploitation et après le mis à jour de l'avancement des travaux d'exploitation du 2019 :

Tableau IV.3. Réserves du phosphate du gisement de kef Essnoun.

Phosphate	Volumes(m ³)	Tonnages(t)	Teneurs moyen en P ₂ O ₅
Avant l'exploitation	75960000	174708000	24.59
Après l'exploitation	66390000	152697000	24.52

IV.8. Conclusion :

La méthode de krigeage ordinaire fait référence à un groupe de méthodes d'interpolation géostatistiques dans lequel la valeur à un emplacement non observé est prédite par une combinaison linéaire des valeurs à emplacements environnants, en utilisant des pondérations selon un modèle qui décrit l'espace corrélation.

Les résultats de validation croisée des teneurs vraies en P₂O₅ et les teneurs estimées montrent une similitude acceptable avec les teneurs vraies, puisque le krigeage est un estimateur exact et sans biais.

La caractéristique du krigeage (l'estimateur qui montre le moins de biais conditionnel) permet plus de précision et plus de fiabilité des valeurs des teneurs estimées.

Les courbes des teneurs vraies et estimées aussi confirme les résultats de la validation croisée.

Enfin, on peut dire que les réserves sont estimées à environ de 174 millions de tonne avec une teneurs moyenne de 24.59.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le choix de la méthode optimale pour l'estimation de réserve et des teneurs avec une erreur minimale est très important dans les l'évaluation géostatistique dans l'exploitation minière. Dans cette étude, les teneurs ont été évaluées par 2 méthodes : la première déterministe (IDW), et la deuxième stochastique (KO).

Le nuage des points des teneurs (vraies et estimées) de la méthode de l'IDW est globalement dispersé, ce qui indique une faible précision cet estimateur contrairement au nuage des points des teneurs estimés par KO qui montre une faible dispersion indiquant ainsi une bonne estimation.

Les nuages des points des teneurs en P_2O_5 (vraies et estimées) des deux méthodes sont situées au-dessous de la diagonale (ligne optimale) ce qui indique une sous-estimation des teneurs vraies, contrairement aux teneurs en MgO au-dessus de la diagonale ce qui indique une surestimation des teneurs vraies, mais nous remarquons que les valeurs obtenues par IDW ont une forte dispersion que le K.O.

L'erreur moyenne devrait idéalement être de 0 pour qu'un estimateur soit idéal et sans biais, l'histogramme des erreurs (estimées-vraies) montre la moyenne des erreurs des deux méthodes, la moyenne des erreurs est grande pour l'IDW et très proche de 0 pour le K.O. Cela est dû à la propriété du "non biais" du KO.

Les contraintes du système de krigeage décrites impliquent qu'une approche d'interpolation par krigeage des données est meilleure et non biaisée au sens des moindres carrés, car elle est obtenue dans des conditions où la variance de l'erreur d'estimation est minimale pour une configuration de données donnée et l'espérance mathématique de l'erreur est égale à 0, contrairement à l'IDW qui est une méthode biaisée.

En guise de conclusion, à part la non prise en compte de l'autocorrélation dans l'estimation, le biais conditionnel de la méthode IDW représente un désavantage significatif dans cet estimateur. De ce fait, il est essentiel que l'élimination des biais conditionnels soit le principal facteur de réduction de l'incertitude dans l'évaluation des ressources minérales des sociétés minières en Algérie.

Références Bibliographiques

- [1] **Richard. WEBSTER**, Margaret .A. OLIVER (2007), “geostatistics for environmental scientists”, John Wiley & Sons, Ltd, 315p.
- [2] **Margaret. ARMSTRONG** (1998), “Basic Linear Geostatistics”, Springer -Verlag Berlin Heidelberg New York in, 160p.
- [3] **Chauvet, P.** (2008), “Aide-mémoire de géostatistique linéaire”, Paris : Mines paris : Presses ParisTech.
- [4] **Hans. WACKERNAGEL** (2004), Mémoires des Sciences de la Terre. “Géostatistique et assimilation séquentielle de données”. 2004
- [5] **Pierre. BOSSER** (2011), “Interpolation spatiale” ENSG, 53p.
- [6] **Abdelhamid. BRADAÏ** “géostatistique appliquée”, Cours de l’Université de chlef. 47P.
- [7] **Tomislav. HENGL** (2009), “A Practical Guide to Geostatistical Mapping of Environmental Variables”, 292p.
- [8] **Xavier. EMERY, Michel. ARNAUD**, “Estimation et interpolation de données spatiales méthodes déterministes et méthodes géostatistiques”, CIRAD, 228p.
- [9] **Montero. J. M, Gema FERNÁNDEZ-AVILÉS, Jorge MATEU** (2015), “Spatial and Spatio-Temporal Geostatistical Modeling and Kriging”, John Wiley & Sons, Ltd, 413p
- [10] **Chilès J.P, Delfiner. P** (1999), “Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty”, A Wiley-Interscience Publication JOHN WILEY & SONS, INC, 701p.
- [11] **Marat. ABZALOV** (2016), “Applied Mining Geology”, Springer International Publishing Switzerland, 448p.
- [12] **S. BAILLARGEON** (2005), “Le krigeage : revue de la théorie et application à l’interpolation spatiale de données de précipitations”, Mémoire de maître sciences, Université Laval- Québec.
- [13] **Mario E. ROSSI, Clayton V. DEUTSCH** (2014), “Mineral Resource Estimation”, Springer Dordrecht Heidelberg New York London, 330p
- [14] **M. DASSAMIOUR** (2012), “Eléments en traces et valorisation des minerais de phosphate du gisement de Kef Essenoun-Dj. Onk (Algérie Orientale)”, thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar-Annaba.

[15] : Documents internes de l'entreprise :

DED : (2019). Département d'étude et de développement « plan d'exploitation 2020 ».

[16] Surpac™ 6.6.1 (2014), “Geostatistics tutorial”, Gemcom Software International Inc. (Gemcom), 236p.

[17] Firas. BEN SALAH (2014), “modélisation de la propagation des incertitudes des mesures sur l'aube d'une turbine hydraulique par krigeage et simulations stochastiques”, thèse de doctorat, 150p.

[18] Surpac™ 6.6.1 (2014), “introduction”, Gemcom Software International Inc. (Gemcom), 208p.

[19] Jaime. Gomez-Hernandez J, Eduardo. CASSIRAGA. (2016), “Quantitative Geology and Geostatistics”, Springer International Publishing AG 2017, 940p.

[20] Denis. Marotte. (2020), “Cours de géologie minière”, Chapitre 08, Ecole polytechnique de Montréal. <https://cours.polymtl.ca/geo/marcotte/3401/glq3401min.html>

[21] Mezghache H. (1991), Détermination, localisation et estimation globale des différents types de minerai de phosphate dans le gisement de Kef Essennoun – Djebel Onk – Algérie. Rapport E. N. Ferphos, 42 p.