

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES ET METALLURGIE

ENSM-annaba-



DÉPARTEMENT SCIENCE ET GÉNIE DES MATÉRIAUX

Mémoire de fin d'études

**INGENIEUR**

**THEME :**  
**MODULATION DU COMPORTEMENT**  
**ANISOTROPIE DES TOLES LAMINES**  
**DE NUANCE RR-ST 14-03 PAR BARLAT –**  
**YLD2000-2D ET HILL(1948)**

**Présenté(e) par :** Mr. LEBSIR Bessam

**Encadré(e) par :** - Dr. CHAHAOUI Walid

**Membres du jury :** -Dr.BELHANI mahdi  
-Dr.MATOUGHY Nedjoua

Président  
Rapporteur

**Juin 2016**

## **Remerciement**

*Avant de commencer la présentation de ce travail, je profite l'occasion pour remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'études.*

*Je tiens à exprimer mes vifs remerciements pour mon grand et respectueux docteur, Mr.Chahaoui d'avoir accepté de m'encadrer pour mon projet de fin d'études, ainsi que pour son soutien, ses remarques pertinentes et son encouragement.*

*Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et toutes mes pensées de gratitude à Dr.MATOUGUI qui m'ont accompagné de près durant tout ce travail, pour leurs disponibilité, pour la confiance qu'ils ont su m'accorder et les conseils précieux qu'ils m'ont prodigués tout au long de la réalisation de ce projet.*

*Mes remerciements vont aussi à Mr.fares et Mr B.Kandoulli pour leur soutien et leurs remarques pendant toute la période du stage, et à l'équipe du complexe ETRAG de Constantine pour l'intérêt qu'ils n'ont cessé de porter à mon travail.*

*Bessam*

## *Dédicaces*

*Que ce travail témoigne de mes respects :*

*A mes parents :*

*Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de mes études.*

*Aucune dédicace ne pourrait exprimer mon respect, ma considération et mes profonds sentiments envers eux.*

*Je prie le bon Dieu de les bénir, de veiller sur eux, en espérant qu'ils seront toujours fiers de moi.*

*A mes frères et mes sœurs.*

*Ils vont trouver ici l'expression de mes sentiments de respect et de reconnaissance pour le soutien qu'ils n'ont cessé de me porter.*

*A tous mes professeurs :*

*Leur générosité et leur soutien m'oblige de leurs témoigner mon profond respect et ma loyale considération.*

*A tous mes amis et mes collègues :*

*Ils vont trouver ici le témoignage d'une fidélité et d'une amitié infinie.*

*Bessam*

# TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES .....	3
Liste des figures.....	5
LISTE DES TABLEAUX .....	7
INTRODUCTION GENERALE .....	10
<b>I. Introduction</b> .....	13
<b>II. Présentation du laminage</b> .....	13
II.1. Les types du laminage .....	15
II.2. Laminage asymétrique (ASR).....	18
II.3. Aspect métallurgique .....	19
II.4. Défauts de laminage.....	21
II.5. La tôle métallique.....	24
<b>III. Le procédé d'emboutissage</b> .....	24
III.1. Les types de l'emboutissage.....	25
III.2. Matériaux et formes d'emboutis .....	26
III.3. Les avantages de l'emboutissage .....	27
III.4. Les inconvénients de l'emboutissage.....	27
III.5. L'utilisation de l'emboutissage.....	28
<b>IV. Caractérisation de la texture cristallographique</b> .....	28
IV.1. Texture de déformation .....	28
IV.2. Représentation de l'orientation cristallographique des cristallites .....	28
PARTIE MODELISATION MECANIQUE.....	32
<b>I. Introduction</b> .....	32
<b>II. Formalisme général</b> .....	33
II.1. Critère de Hill quadratique (1948) : [14] .....	33
II.2. Critère de F. Barlat (Yld2000-2d) : [17].....	40
Cadre général .....	47
II.3 Comparaison avec travaux antérieurs : .....	51
PARTIE EXPERIMENTALES.....	54
<b>I. Historique de l'acier</b> .....	54
<b>II. Propriété de l'acier RR st-14-03</b> .....	54
<b>III. Procédures expérimentales et propriétés de la tôle industrielle de (RR St14-03)</b> .....	55
<b>IV. Anisotropie du comportement mécanique</b> .....	56
IV.1. Essais de traction.....	56
IV.2. Essai de de compression.....	61
<b>V. Application des critères anisotrope sur la tôle (RR St14-03)</b> .....	63
<b>VI. Détermination de la contrainte d'écoulement expérimentale</b> .....	67

<b>VII. Essais de micro dureté</b> .....	68
VII.1. Résultats de la micro dureté Vickers HV .....	69
VII.2. Expérience .....	70
VII.3. Correspondance entre mesures de dureté .....	73
VII.4. Interprétation.....	73
CONCLUSION GENERALE .....	75
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	78

# Liste des figures

## CHAPITRE I

Figure I. 1 : Schématisation simplifiée du principe du laminage d'une tôle. ....	13
Figure I. 2:Schéma simplifié d'un train tandem de laminage à froid. ....	15
Figure I. 3:Les étapes de laminage à chaud.....	15
Figure I. 4:Schéma d'une cage quarto de laminage. ....	16
Figure I. 5:Les étapes de laminage à froid.....	17
Figure I. 6:Recristallisation dynamique au cours du laminage à chaud .....	18
Figure I. 7:La géométrie du laminage asymétrique.....	19
Figure I. 8:Cinétique de recristallisation statique .....	20
Figure I. 9:Différents types de défauts de planéité rencontrés en laminage.....	22
Figure I. 10:Principales interactions « multi- physiques » lors de la déformation à chaud. ....	24
Figure I. 11:Opération d'emboutissage double-effet.....	25
Figure I. 12:Modes de déformation dans le repère des déformations principales majeure et mineure. ....	27
Figure I. 13:Définition des repères pour la mesure de la texture cristallographique. ....	29
Figure I. 14:Représentation de l'orientation cristallographique par les angles d'Euler.....	30

## CHAPITRE II

Figure II. 1 Schéma de l'essai de traction pour la détermination du coefficient de Lankford $R(\theta)$ d'une tôle homogène. ....	33
Figure II. 2:Eprouvette de traction uni axiale.....	36
Figure II. 3:Évolution de la surface d'écoulement issue du critère de Hill (1948) en fonction du coefficient de Lankford.....	38
Figure II. 4:Schéma de l'essai de traction pour la détermination du coefficient de Lankford $R(\theta)$ d'une tôle homogène .....	47
Figure II. 5:Influence de $r_0$ et $r_{90}$ sur la surface de charge d'Yld2000-2d, $\sigma(\theta)$ est fixée et normalisée à 1 Mpa. ....	50
Figure II. 6:Influence de $r_0$ et $r_{90}$ sur la est fixée et normalisée à 1 Mpa.....	51
Figure II. 7:Comparaison avec les propriétés mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modèles. ....	52
Figure II. 8:Comparaison avec les propriétés mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modèles. ....	53
Figure II. 9 : Courbe conventionnelle d'un essai de traction.....	55
Figure II. 10:Dimensions des éprouvettes de traction normalisées.....	56
Figure II. 11:Eprouvette de traction sollicitée selon l'angle d'orientation (Direction). ....	57
Figure II. 12:Courbe contrainte-déformation selon les différentes directions dans le plan de la tôle pour le taux déformation 8%.....	57
Figure II. 13:Courbe contrainte-déformation selon les différentes directions dans le plan de la tôle pour le taux déformation 12%.....	58
Figure II. 14 : Résultats de calcul de contrainte d'écoulement et du Coefficient d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ pour un taux de 8% de déformation .....	66

Figure II. 15:Résultats de calcul de contrainte d'écoulement et du Coefficient d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ pour un taux de 12% de déformation.....	66
Figure II. 16:Résultats de calcul de contrainte d'écoulement et du Coefficient d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ pour un taux de 8 et 12% de déformation .....	68
Figure II. 17:Comparaison des fonctions d'écoulement de Hill48et Yld2000-2d pour le matériau RR St14-03 .....	68
Figure II. 18:Schéma de la machine de micro dureté (INNOVA Test) .....	69
Figure II. 19:Résultats des tests de micro dureté en fonction l'angle de l'orientation .....	71
Figure II. 20:Résultats de micro dureté moyenne des tests en fonctions l'angle de rotation .....	72
Figure II. 21:Relation entre la dureté et la résistance à la traction de la tôle lamines .....	72
Figure II. 22:Relation empirique entre la dureté et la résistance à la traction des aciers au carbone et des aciers Faiblement alliés. [20].....	73

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau II. 1 : Les données de calcul des paramètres du Yld2000-2d .....	46
Tableau II. 2: Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature. .....	51
Tableau II. 3 : Propriétés mécaniques de l'acier RR St 14 – 03 .....	54
Tableau II. 4. La composition chimique de l'acier RR St 14-03.....	55
Tableau II. 5: Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale a déformation $\epsilon = 8\%$ et $\epsilon = 12\%$ .....	64
Tableau II. 6: Valeurs expérimentales de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ pour une déformation $\epsilon = 8\%$ et $\epsilon = 12\%$ .....	65
Tableau II. 7: Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés par MATLAB pour une déformation $\epsilon = 8\%$ et $\epsilon = 12\%$ .....	65
Tableau II. 8: La contrainte normalisées, selon les différentes directions dans le plan de la tôle pour les taux de déformations les 8% et 12%). .....	68
Tableau II. 9: Les valeurs des coefficients de Lankford relatives pour les taux de déformations les plus significatifs (8% et 12%) .....	68
Tableau II. 10. Résultats des essais de micro dureté sur différents direction .....	71



## Résumé

La maîtrise et la compréhension du comportement des tôles laminées destinées aux opérations d'emboutissage, sur lesquelles nous avons travaillé, requiert la détermination de plusieurs caractéristiques permettant de caractériser leur emboutissabilité.

L'objectif de ce travail est de Comparer les fonctions seuils pour le comportement plastique des tôles laminées moyennant des critères de plasticités de type quadratique Hill48 et non quadratique Yld2000-2d dans le cas de sollicitation uni-axiale simple dans le plan de la tôle pour les grandeurs mécaniques suivantes :

- (i) Le coefficient d'anisotropie de Lankford
- (ii) La contrainte d'écoulement plastique

Les résultats de prévisions des propriétés mécaniques évaluées par le critère d'Yld2000-2d s'avèrent plus cohérente avec les résultats expérimentaux. ).

**Mots-clés :** Anisotropie plastique, Hill48 quadratique, critère non quadratique de Barlat d'Yld2000-2d, Modélisation mécanique de l'anisotropie.

## Abstract

Mastering and understanding the behavior of rolled sheets destined to drawing operations, on which we worked, requires the determination of several features to characterize their drawability.

The objective of this work is to compare the thresholds functions for the plastic behavior of rolled sheets through quadratic criteria Hill48 of plasticity and not quadratic Yld2000-2d in case of simple uniaxial stress on the metal's plan for the mechanic values:

- (I) Coefficient of anisotropy of Lankford
- (Ii) The yield stress

mechanical properties results estimation assessed by the criterion of Yld2000-2d are more consistent with experimental results.

**Key Words:** Plastic anisotropy; Quadratic Hill 48, Non-quadratic Criterion of Barlat Yld2000-2d, Mechanic modelization of anisotropy.

## ملخص:

ان اتقان وفهم سلوك الصفائح المضغوطة الوجهة الي عملية السك والتي تتمثل في موضوع بحثنا هذا يتطلب أولاً تحديد العديد من الخواص التي وصف قابليتها للسك.

الهدف من هذا العمل هو المقارنة بين الدوال الحدية للسلوك البلاستيكي للصفائح المضغوطة عن طريق المعايير البلاستيكية: التربيعة هيل 48 وغير التربيعة بارلات 2000

في حالة حمولة بسيطة على مستوى الصفيحة من اجل المقادير الميكانيكية البسيطة التالية:

- معامل التباين للانكفورد.

- حمولة انسياب البلاستيكي.

نتائج توقع الخصائص الميكانيكية البسيطة التالية: معامل التباين للانكفورد وحمولة الانسياب البلاستيكي.

نتائج توقع الخصائص الميكانيكية المحصل عليها عن طريق المعيار تظهر جد ملائمة مع النتائج التجريبية.

**الكلمات المفتاحية:** التباين البلاستيكي، النمذجة الميكانيكية للتباين.

# INTRODUCTION GENERALE

La mise en forme des produits plats connait des considérables évolutions et des développements ces dernières années à cause des gigantesques progrès en informatique, notamment dans les codes de calculs, ce qui réduit la durée d'estimation ainsi que le coût du calcul en termes de temps. La forte demande de industriels sur les tôles laminées (de différentes nuances) ainsi leurs sévères exigences techniques, nous pousse en tant que chercheurs de voir de près leurs dolences, en étudiant les caractéristiques mécaniques et physiques et leurs relations avec le monde industriel.

Parmi les défauts inévitablement constatés au cours de production c'est l'apparition de phénomène de l'anisotropie mécanique plastique qui agit négativement sur les différentes propriétés du produit laminé. Notre contribution se focalise sur l'étude de cette problématique, en se basant sur des études antérieures, l'anisotropie est souvent abordée dans les laboratoires de recherches moyennant un critère d'anisotropie classiquement connu sous le nom du critère Hill 1948 quadratique, ce qui donne de résultat souvent plus ou moins non très satisfaisants. Ceci nous mène à réfléchir comment résoudre ce hic en proposant une autre alternative. Nos investigations dans la littérature révèlent l'existence de plusieurs d'autres critères non quadratiques largement recommandés à les utilisés pour les tôles.

La bibliographie nous fournit une fourchette non exhaustive des critères non quadratiques ce qui nous permet de choisir le critère de Yld2000-2d de F. Barlat et de comparer le résultat de modélisation entre (Hill 1948 et Yld2000-2d) tout en expliquant la formulation et l'utilisabilité d'un critère par rapport à l'autre, ainsi l'analyse de ces résultats par rapport à l'expérience.

Notre travail est divisé en deux grands chapitres essentiels :

**Le premier chapitre** est une recherche bibliographique classique dont laquelle on avance les différents outils nécessaires à fin d'englober le procédé du laminage et la procédé d'emboutissage, et d'adresser les notions de bases à fin qu'il soit plus compréhensible scientifiquement et techniquement. Nous considérons le laminage comme un très bon exemple d'étude pour les grandes déformations et à l'application des lois de la mécanique des milieux continus ainsi que divers travaux scientifiques concernant ces procédés.

**Le second** est composé de deux parties essentielles :

**Partie modélisation mécanique** dont laquelle nous présentons les concepts mathématiques de base de l'anisotropie plastique en utilisant deux formes distinctes des fonctions d'écoulements plastiques : la première est de forme quadratique relativement ancienne et la deuxième est récente de type non quadratique utilisant deux transformations linéaires (Hill 1948 et Yld2000-2d) et pour les deux critères nous proposons une étude limitée à une logique de caractérisation complètement simplifiée (traction

uni-axiale). L'anisotropie plastique répartie dans le plan de la tôle est le l'objectif principal mené dans cette petite contribution.

**La deuxième partie** de ce chapitre est notre **caractérisation expérimentale** qui nécessite un protocole expérimental bien défini qui consiste à caractériser uni axialement et équibi-axialement des échantillons prélevées suivant plusieurs orientations par rapport à la direction de laminage. Le déroulement de caractérisation uni-axiale s'est déroulé en 4 taux de déformation (2%,5%,8%,12%) pour chaque direction de découpage sans pour autant atteindre la zone d'instabilité plastique afin d'assurer une déformation globale homogène. Malheureusement les seuls essais retenus sont ceux de 8 et 12%. L'essai de compression pour obtenir les paramètres suivants :

- i- la contrainte équibi-axiale  $\sigma_b$
- ii- le coefficient d'anisotropie correspond  $r_b$ .

Finalement on termine avec les mesures de résistance à la pénétration de dureté pour établir la relation avec la contrainte maximale trouvée dans l'essai de traction uni-axiale. La caractérisation de dureté s'effectue sur (05) échantillons dans le plan de la tôle suivant différentes directions  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  par rapport à celle du laminage (direction prise comme référence).

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale.



# Chapitre I

## Synthèse bibliographique



## I. Introduction

Dans les industries mécaniques, les produits plats (tôles) sont largement utilisés pour réaliser diverses composantes ; les pièces de carrosseries d'automobiles par exemple ont principalement fabriquées à partir des tôles métalliques. L'industrie sidérurgique développe actuellement de nouvelles tôles à partir de matériaux combinant à la fois résistance et large aptitude à la mise en forme (formabilité).

La maîtrise et la compréhension du comportement des tôles laminées sur lesquelles nous avons travaillé, destinées aux opérations d'emboutissage, requiert la détermination de plusieurs caractéristiques permettant de caractériser leur emboutissabilité. Le laminage à chaud et/ou à froid de ces tôles conduit à la formation de textures cristallographiques dont dépendent étroitement ces caractéristiques.

## II. Présentation du laminage

L'opération de laminage consiste à entraîner par effet de frottement une bande (tôle) métallique sous deux outils cylindriques animés d'un mouvement de rotation inverse. La matière est donc forcée de s'écouler plastiquement (Fig. I.1), ce qui va engendrer la réduction de l'épaisseur de la tôle en sortie de l'emprise (Zone de contact entre les cylindres de travail de la cage et la tôle, où s'effectue l'écrasement de cette dernière) [1].

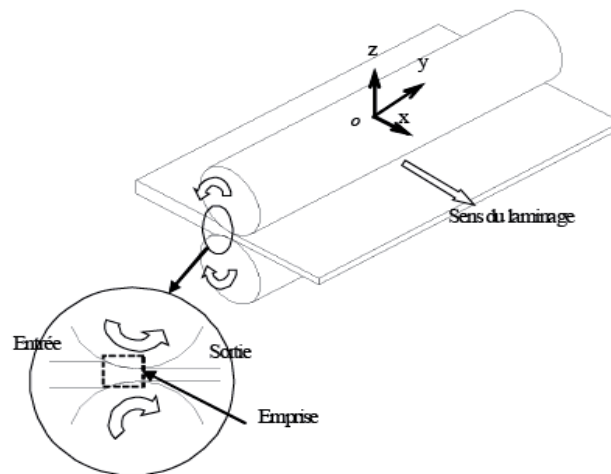


Figure I. 1 : Schématisation simplifiée du principe du laminage d'une tôle.

L'épaisseur du produit fini est obtenue progressivement par une succession de passes de laminage (Fig. I.2). Les premières séries de réduction s'effectuent à chaud afin d'exploiter la baisse de la résistance mécanique avec la température à des fins d'économies d'énergie, et pour ajuster les caractéristiques métallurgiques du produit.

A ce niveau, une brame est transformée en une bobine de tôle fine, passant au fil des réductions de quelques centimètres à quelques millimètres d'épaisseurs (pour l'acier, on part généralement de 250 mm pour arriver à une épaisseur entre 1.5 et 6 mm).

Pour les aciers, le laminage à chaud commence vers 1200 - 1300°C pour se terminer entre 700°C et 900°C. Par contre, les faibles épaisseurs ne peuvent pas être obtenues en laminage à chaud, pour plusieurs raisons :

- ✓ Du fait des dilatations thermiques (les outils surtout), il est difficile d'obtenir une grande précision géométrique à chaud, nécessaire aux produits fins.
- ✓ Une bande très mince se refroidit très rapidement, sa dureté augmente, les transformations de phase peuvent se produire et le contrôle du procédé peut devenir difficile.
- ✓ La surface oxydée d'une bande laminée à chaud est de piètre qualité pour beaucoup d'applications, il est nécessaire de relaminer à froid de toute façon.
- ✓ Une déformation à froid suffisante doit être réservée pour atteindre les propriétés mécaniques voulues.

Lors de la deuxième phase à froid, le procédé de laminage est orienté vers des gammes d'épaisseurs plus faibles, qui sont inaccessibles par le laminage à chaud et qui peuvent descendre en dessous de la centaine de micromètres (de 3~4mm jusqu'à 0.7~0.8 mm pour les tôles de construction automobile) [2].

A ce stade, les caractéristiques mécaniques (emboutissabilité, résistance...), l'aspect de surface (aptitude aux traitements de surface et à l'emboutissage, rugosité contrôlée...) et la planéité, font l'objet d'une attention constante.

En dépit du haut niveau d'expérience acquise au cours de décennies de pratique, des études et recherches très actives restent nécessaires pour améliorer la qualité dans des conditions toujours plus difficiles, du fait de l'augmentation des vitesses et de la dureté des nouveaux alliages.

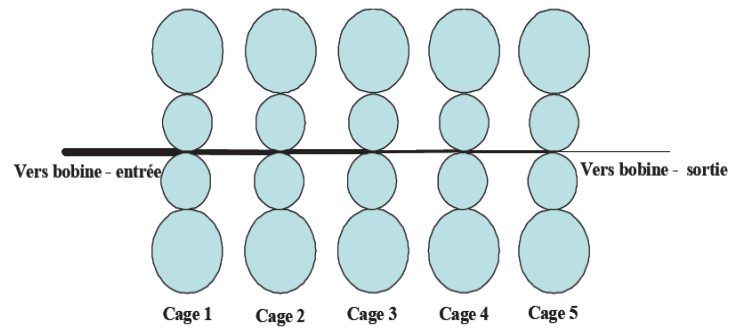


Figure I. 2:Schéma simplifié d'un train tandem de laminage à froid.

## II.1.Les types du laminage

### II.1.1. Laminage à chaud

Le laminage à chaud s'impose pour deux raisons capitales :

- ✓ la première est que la résistance à chaud du métal décroît très rapidement avec la température.
- ✓ La seconde est d'ordre métallurgique.

Le laminage à chaud a pour but de mettre en forme le matériau. Son principal avantage est l'amélioration des caractéristiques mécaniques dans le sens de l'étirement. (Fig. I.3) [3].

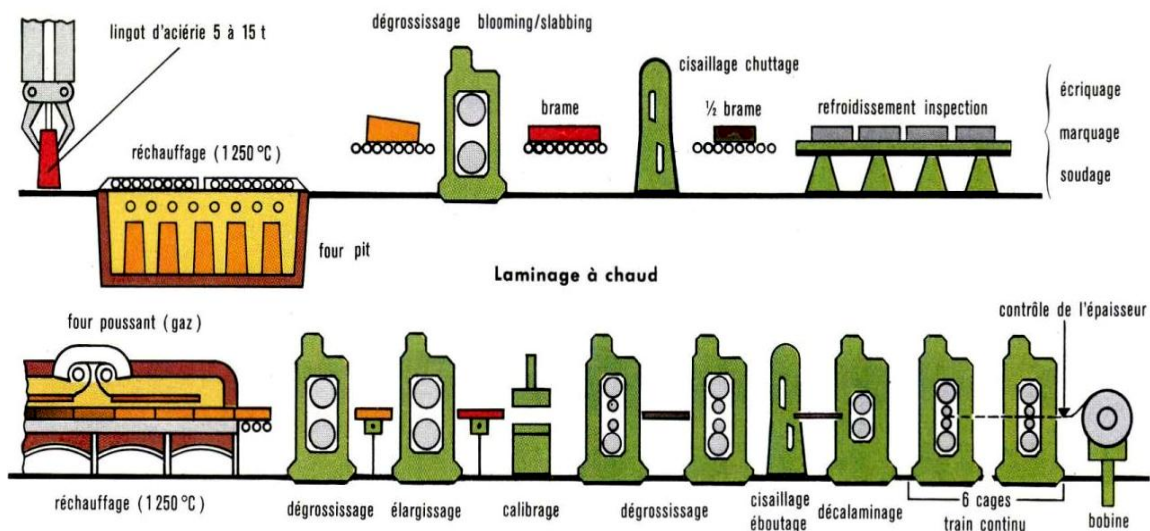


Figure I. 3:Les étapes de laminage à chaud.



### ❖ La cage quarto de laminage

Les cages des laminoirs sont généralement « quarto », composées de deux cylindres de travail de faible diamètre (de l'ordre de 10 cm), assurant le laminage, et de deux cylindres d'appui de diamètre plus grand, comme schématisé sur la (Fig. I.4). Différents actionneurs de la cage (vis de serrage, vérins, etc.) permettent de régler l'épaisseur correcte en sortie d'emprise [3].

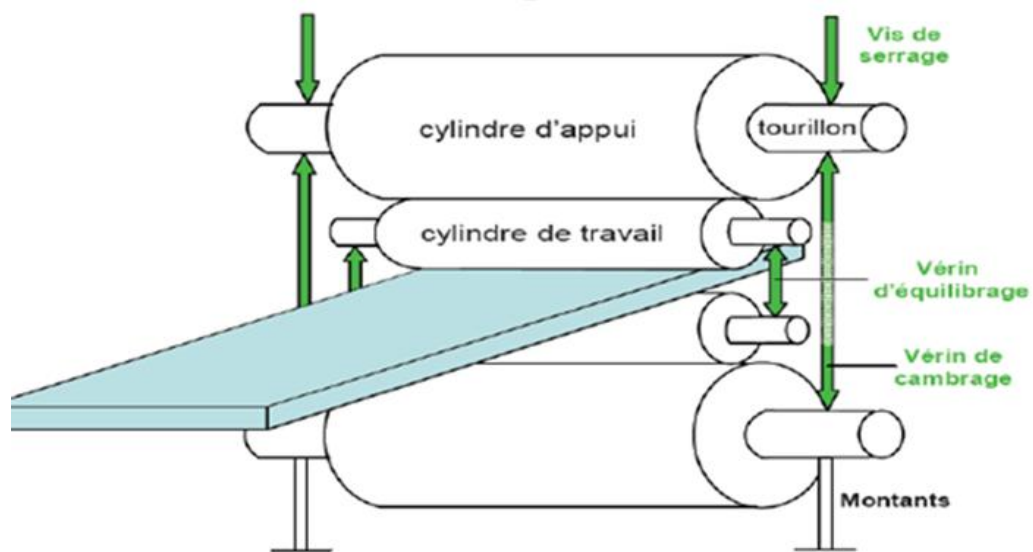


Figure I. 4:Schéma d'une cage quarto de laminage.

### II.1.2. Laminage à froid

C'est lors du laminage à froid que le métal voit ses caractéristiques mécaniques changer. En effet, l'écroissage local (déformation plastique) augmente la zone de déformation élastique, la limite d'élasticité est repoussée, mais la résistance à la rupture est constante (il s'agit d'une propriété interne du matériau).

Le laminage à froid est généralement réservé aux produits plats (tôles d'acier). Il transforme un produit laminé à chaud en bobine de métal de fine épaisseur (moins de 3 mm). Il existe principalement deux types de laminoirs à froid :

- le laminoir mono-cage réversible (le plus simple, la bande passe plusieurs fois dans la même cage de laminoir).

- le tandem (le plus compliqué, constitué de plusieurs cages (de 4 à 6) au travers desquelles la bande passe simultanément). Le pilotage de ce genre de laminoir est difficile à cause de l'interaction entre les cages.

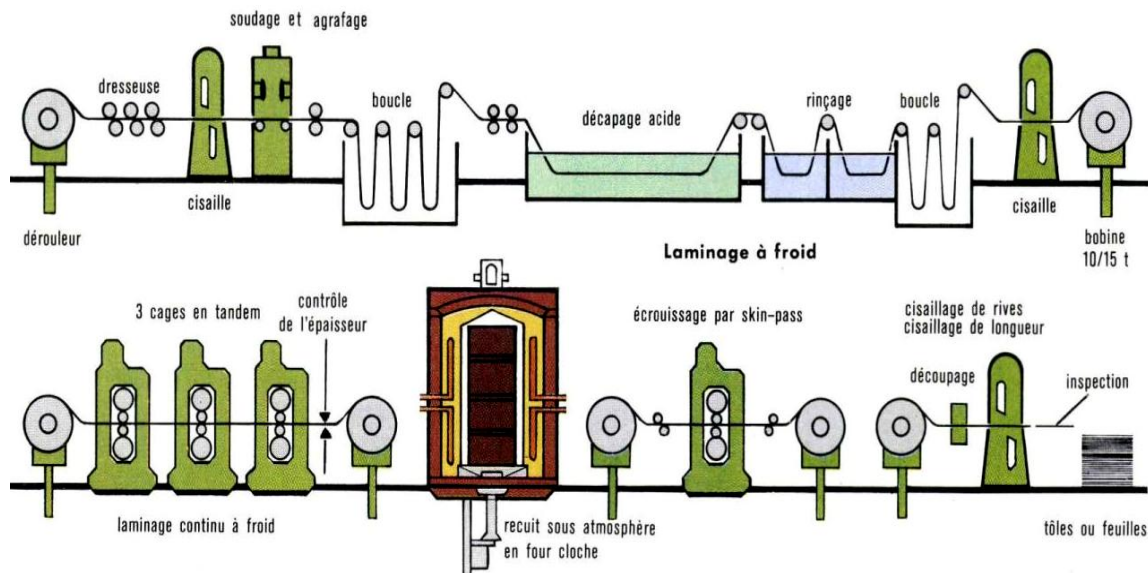


Figure I. 5: Les étapes de laminage à froid.

A froid, un traitement thermique peut être fait pour restaurer la structure et éviter la rupture par endommagement. Au contraire pendant le laminage à chaud, la recristallisation dynamique s'effectue au cours de la déformation tant que la température du produit le permet (Fig. I.6).

Le laminage à froid n'est nécessaire généralement que pour obtenir des tolérances serrées, et un bon état de surface. D'un point de vue pratique, la différence entre le procédé à chaud et le procédé à froid tient donc surtout à la différence des géométries des produits qu'ils traitent. En l'occurrence, plus épais pour les laminages à chaud et plus minces pour les laminages à froid [3].

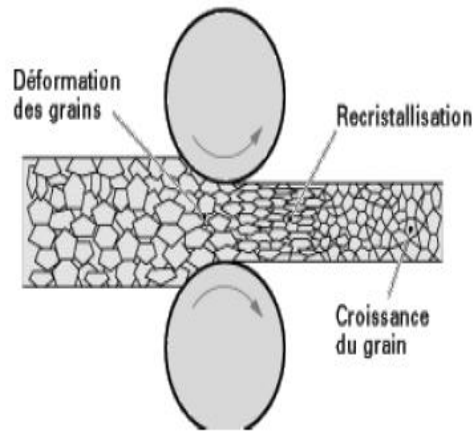


Figure I. 6: Recristallisation dynamique au cours du laminage à chaud

## II.2. Laminage asymétrique (ASR)

Le procédé de laminage asymétrique permet de réduire l'épaisseur d'une tôle (ou d'un produit) par passage entre deux cylindres qui n'ont pas les mêmes diamètres (asymétrie géométrique) ou/et ne tournent pas à la même vitesse (asymétrie cinématique) ou/et n'ont pas les mêmes états des surfaces ou/et ou de température différente.

L'asymétrie peut aussi être engendrée par une asymétrie dans les propriétés de la tôle à l'entrée comme : un gradient de température entre le haut et le bas ou une différence des paramètres rhéologiques de cette dernière [3].

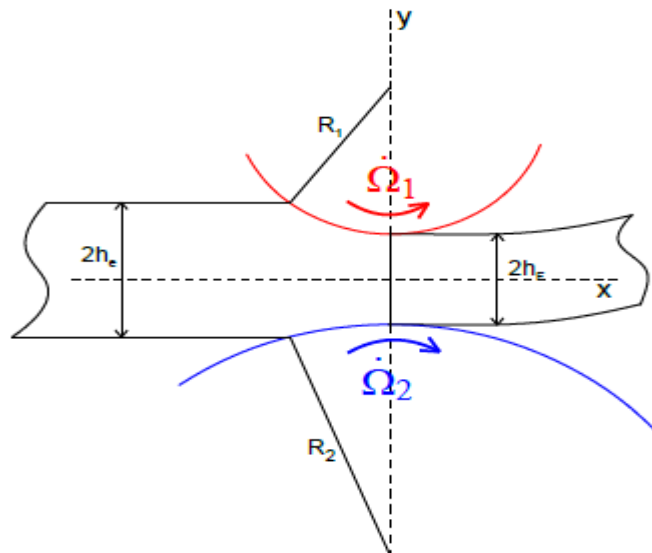


Figure I. 7: La géométrie du laminage asymétrique

### II.3.Aspect métallurgique

#### II.3.1. Ecrouissage et restauration du métal pendant la déformation

La déformation élastique de tout matériau cristallin se produit par distorsion réversible de son réseau. La déformation plastique se produit alors par ruptures et reconstructions des liaisons métalliques qui assurent la continuité du réseau cristallin, phénomènes nécessitant en théorie une énergie considérable. La présence des dislocations et leur déplacement suivant des plans privilégiés vont permettre de réaliser les ruptures et reconstructions des liaisons, non pas simultanément mais de façon discrète, réduisant ainsi de façon considérable l'énergie stockée sous forme de dislocations.

A la création de ces dislocations vont être opposés différents mécanismes conduisant à leur élimination et donc à l'adoucissement du matériau, ce sont les phénomènes de restauration et recristallisation. Il est également nécessaire de distinguer l'adoucissement qui se produit simultanément à la déformation, c'est la restauration ou recristallisation dynamique, de celui qui intervient après la déformation, c'est la restauration et recristallisation statique [3].

#### II.3.2. Recristallisation statique

Comme il a déjà été évoqué ci-dessus, la recristallisation procède par germination et, croissance de nouveaux grains. La recristallisation complète est atteinte lorsque les grains écrouis ont été intégralement éliminés et remplacés par des grains exempts d'écrouissage.

La recristallisation statique se produisant après l'arrêt de la déformation, sa cinétique est de ce fait exprimée en fonction du temps ; elle présente une allure spécifique (Fig. I.8) qui est bien traduite par une loi de type Avrami [4] :

$$FR(t) = 1 - \exp(-kt^n) \quad (I.1)$$

FR : fraction de recristallisation statique ;

t: temps ; k et n : deux constantes caractérisant la cinétique. (n 2 à 5)

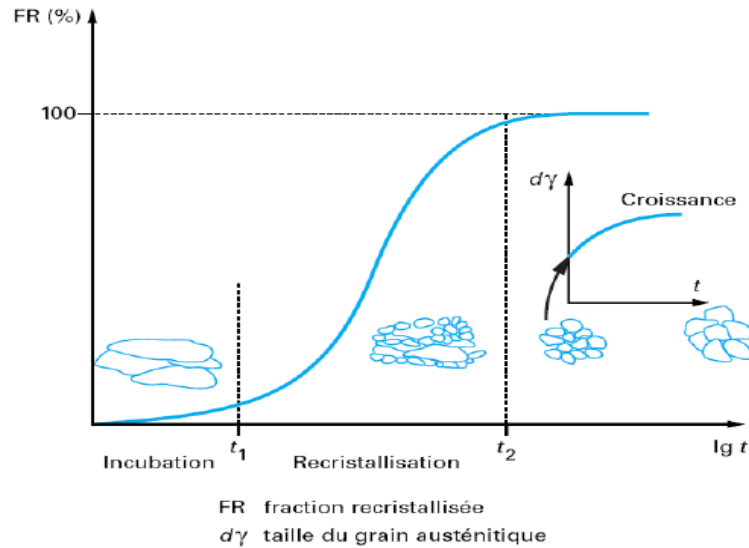


Figure I. 8:Cinétique de recristallisation statique

### II.3.3.Recristallisation dynamique

Comme pour la recristallisation statique, la recristallisation dynamique en phase austénitique procède par germination et croissance de nouveaux grains. La première spécificité de la recristallisation dynamique réside dans le fait que l'environnement du nouveau grain recristallisé continue de s'écrouir avec le ralentissement de sa croissance.

La recristallisation dynamique conduit donc à un affinement très important de la structure, au moins jusqu'à l'arrêt de la déformation. La seconde spécificité du phénomène est que la structure peut recristalliser plusieurs fois de suite au cours de la déformation.

Contrairement au cas de la recristallisation statique, l'avancée de la recristallisation dynamique ne dépend pas du temps mais de la déformation appliquée. Les cinétiques sont également exprimées sous la forme d'une loi d'Avrami où le paramètre temps est remplacé par le paramètre déformation [4] :

$$FR(t) = 1 - \exp(-k\varepsilon^n) \quad (I.2)$$

## **II.4.Défauts de laminage**

### **II.4.1.Défauts géométriques**

Les machines et les outils (cylindres, cages...) ne sont pas infiniment rigides, se déforment, et cèdent élastiquement sous les efforts appliqués. Cela perturbe aussi la géométrie des produits, créant des problèmes de profil et de planéité des produits plats. Des problèmes de réglage des outils de production peuvent avoir des conséquences du même ordre.

Des défauts géométriques peuvent apparaître à la suite de la déformation locale du rouleau en contact avec la tôle dans l'emprise [4] : Les contraintes de pression dans le contact sont relaxée par l'élargissement de la tôle qui est fort si les rapports épaisseur/largeur et épaisseur/longueur de contact sont grands (c'est le cas du laminage à chaud.). Cet élargissement est faible car inhibé par le frottement des outils dans le cas du laminage à froid ; les contraintes de contact, donc les déformations des cylindres, seront très fortes si on lamine des produits minces parce que les effets du frottement seront exacerbés par le grand rapport surface/volume. Le rôle des efforts de tension et contre tension imposées par les moteurs de bobinage est dans ce cas primordial pour minimiser ces défauts.

### **❖ Défauts de planéité**

On distingue deux types de défauts de planéité (Fig. I.9) :

- Des défauts de planéité non développables, tels que les défauts appelés bords longs ou centre long.
- Des défauts de planéité développables, tels que les défauts de cintre, tuile et vrillage [2].

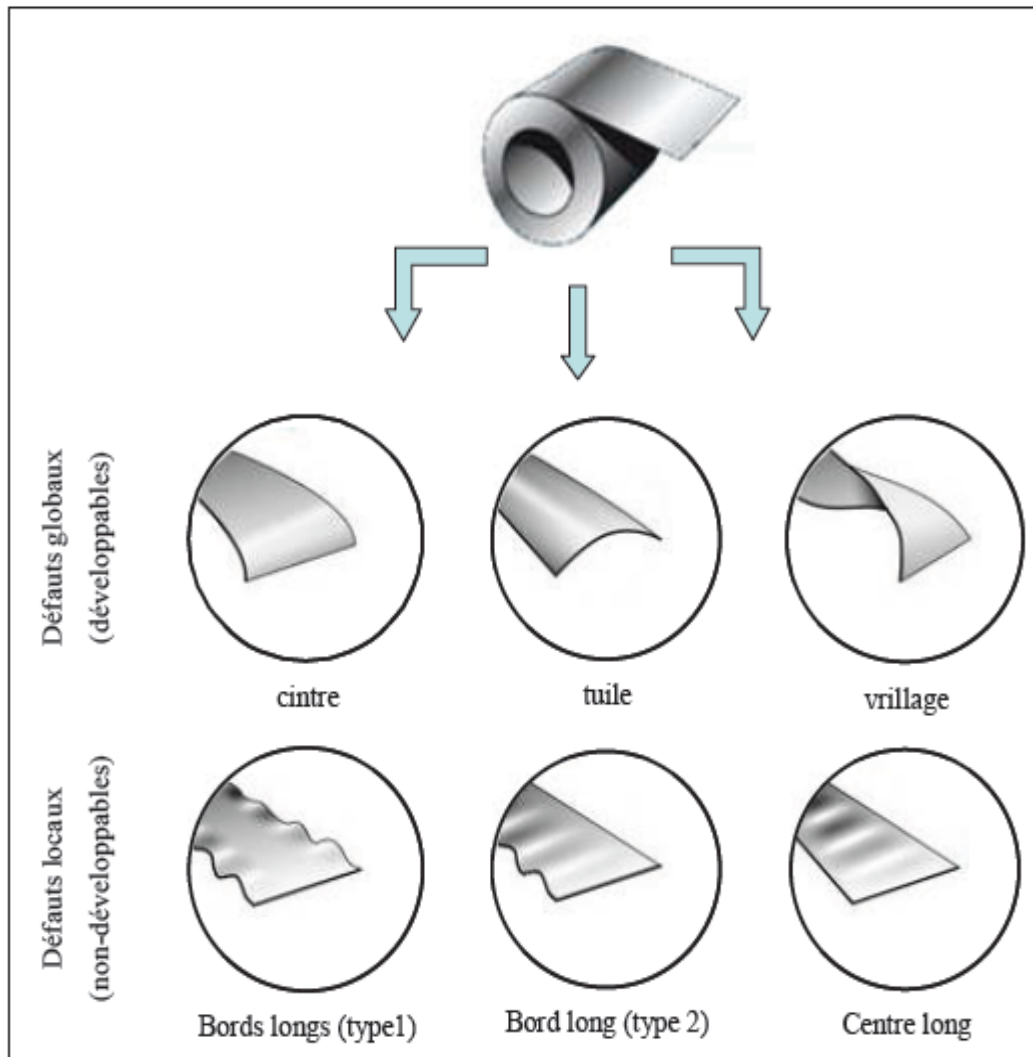


Figure I. 9: Différents types de défauts de planéité rencontrés en laminage.

#### II.4.2. Défauts métallurgiques et microstructuraux

Les défauts microstructuraux sont très dépendants de l'alliage considéré. Ce sont des tailles de grains hétérogènes, des textures cristallographiques mal orientées, des inclusions non métalliques, des porosités, des fissures. Certains de ces défauts sont hérités des structures de coulée [5].

Les discontinuités (porosités, fissures et criques), qui relèvent des phénomènes et mécanismes d'endommagement des matériaux, sont engendrées par la conjugaison d'états de contrainte de tension et de l'existence d'hétérogénéités : d'où un couplage mécanique/métallurgie à l'échelle microscopique [6].

De plus les paramètres de structure granulaire et de texture évoluent autant par la déformation elle-même que lors des recristallisations induites par la déformation à chaud (recristallisation dynamique) ou lors des traitements thermiques (recristallisation statique) [7].

### II.4.3. Défauts de surface

Parmi les défauts de surface se distinguent les défauts de type chimique comme la corrosion, incrustation d'oxyde, pollutions par les lubrifiants ou des défauts de rugosités. Ce dernier cas est très directement contrôlé par la mécanique du contact produit-cylindre [8].

Des microfissures peuvent provenir de contraintes de traction superficielle, des porosités peuvent être la conséquence du piégeage de lubrifiants (poches d'huile) ou de phénomènes de corrosion, du rebouchage incomplet de trous initiaux induits par un décapage par exemple.

Pour minimiser ces déformations ou corriger ces défauts, on peut recourir à des actionneurs de profil, en pratique des vérins d'équilibrage du cylindre de travail ou de cambrage des cylindres d'appui. Le pilotage de ces actionneurs n'est toutefois pas aisé.

D'autres techniques de correction peuvent être utilisées : la translation des cylindres de travail (roll shifting), le refroidissement ou la lubrification différentielle, ou encore le désaxement des cylindres haut / bas (pair-cross)...

Tous ces problèmes de géométrie ne seront pas pris en compte dans notre modélisation. Et pour conclure, on peut résumer les principales interactions, métallurgiques, thermiques et mécaniques par le schéma si dessous (Fig. I.10) :



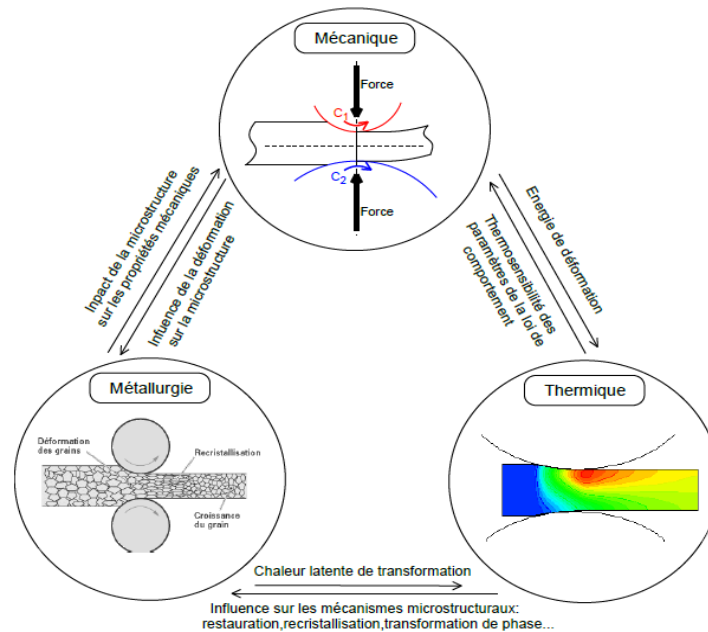


Figure I. 10: Principales interactions « multi- physiques » lors de la déformation à chaud.

## II.5. La tôle métallique

La tôle est inventée en 1829 par H. R. Palmer. Les tôles sont des produits plats tirés des brames par laminage à chaud. C'est-à-dire que les plaques d'acier, issues de la coulée, sont réchauffées entre 800 et 1200°C puis écrasées par un passage successif entre deux rouleaux jusqu'à obtention de l'épaisseur voulue.

On distingue :

- les tôles laminées à chaud avec les tôles fortes si l'épaisseur est supérieure à 3 mm et les tôles minces si l'épaisseur est inférieure à 3 mm.
- les tôles laminées à froid sont des tôles minces, dont l'épaisseur est inférieure à 3 mm. Le laminage à froid des tôles ne se réalise qu'avec des feuilles ayant déjà une faible épaisseur.

## III. Le procédé d'emboutissage

Il s'agit d'un procédé de mise en forme qui permet d'obtenir, à partir d'une tôle plane et mince, une forme non développable. Le principe de ce procédé est fondé sur la déformation plastique du matériau, déformation en traction ou en rétreint, pour obtenir la forme désirée. L'emboutissage se pratique à l'aide de presses à emboutir de forte puissance munies d'outillages spéciaux qui comportent trois pièces : une matrice, un serre-flan et un poinçon.

Le principe du procédé d'emboutissage est schématisé sur la (Fig. I.11). Dans le cas des ouvrants automobiles, la géométrie finale de la pièce que l'on souhaite obtenir est déterminée par le design en ce qui concerne la partie extérieure de l'ouvrant (peau) et par une structure suffisamment rigidifiante et permettant le garnissage intérieur en ce qui concerne la doublure. Selon la profondeur de la pièce, les trajets de déformation imposés à la tôle, son épaisseur [9].

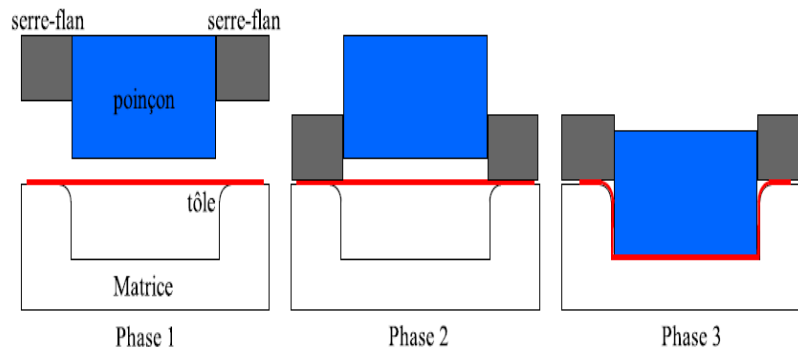


Figure I. 11:Opération d'emboutissage double-effet.

**Phase 1 :** Poinçon et serre-flan sont relevés, la tôle est posée sur la matrice.

**Phase 2 :** Le serre-flan est descendu et vient appliquer une pression déterminée pour maintenir la tôle.

**Phase 3 :** Le poinçon déforme la tôle en l'entraînant contre le fond de la matrice. Par la suite, les outils sont enlevés et la pièce conserve la forme acquise au retour élastique près.

Après l'emboutissage vient le détourage de la pièce : il s'agit d'une opération consistant à découper l'excédent de tôle d'une pièce emboutie à l'aide d'un poinçon.

### III.1. Les types de l'emboutissage

#### III.1.1. L'emboutissage à froid

Cette technique consiste à former une pièce à température ambiante. Elle est principalement utilisée sur un outillage avec serre-flan mais peut aussi l'être sur un outillage sans serre flan dans le cas où les emboutis sont peu profonds ou s'ils nécessitent peu d'effort de serrage.

Ce type de formage permet d'obtenir une meilleure précision dimensionnelle, limite les coûts et évite la formation d'oxyde [10].

### III.1.2. L'emboutissage à chaud

Principalement utilisé sur presses hydrauliques simple ou double effet, le formage de fonds de réservoir en acier est le plus important domaine d'application. Cette technique facilite la déformation du matériau, permet l'emboutissage de pièces profondes par chauffage du flan (et de la matrice). Les cadences de production de l'emboutissage à chaud sont moins élevées que celles de l'emboutissage à froid du fait de l'inertie de chauffage.

De plus les pièces finies sont de moins bonne qualité, que ce soit au niveau de l'état de surface ou du dimensionnement [10].

## III.2. Matériaux et formes d'emboutis

La technique d'emboutissage permet de mettre en forme de nombreux matériaux que ce soit des aciers, des alliages non ferreux ou des pâtes. Néanmoins, la mise en œuvre d'une tôle nécessitera certains réglages ou certaines actions préalables dépendant de la nature même du matériau.

### III.2.1. Comportement du matériau lors de l'opération d'emboutissage

Au cours de l'opération d'emboutissage des tôles minces, différents modes des sollicitations peuvent apparaître dans certaines zones de l'embouti, conduisant à la formation d'ondulations que nous désignerons généralement sous le nom plisou à des amincissements conduisant à la rupture. Pour un matériau donné, ces capacités de déformation peuvent différer fortement d'un mode à l'autre et c'est la raison pour laquelle nous aborderons l'étude de la formabilité des tôles par la définition de ces différents modes (Fig I.12) [Col02b] :

- Expansion bi-axiale ;
- Traction uni-axiale ;
- Cisaillement pur ;
- Rétreint ;
- Compression uni-axiale.

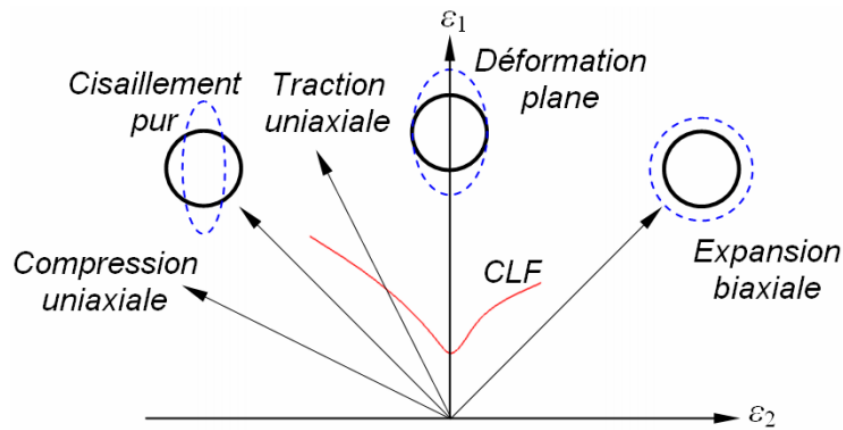


Figure I. 12: Modes de déformation dans le repère des déformations principales majeure et mineure.

### III.3. Les avantages de l'emboutissage

- L'emboutissage est un procédé permettant d'obtenir des pièces de surface non développable à partir de feuilles de tôle mince. C'est-à-dire qu'il est possible d'obtenir des formes très variées impossible à obtenir avec un tour ou une fraiseuse.
- L'état surface d'une pièce brute d'emboutissage est nettement meilleur que celui d'une pièce coulée.

L'esthétique des pièces embouties en est donc bien supérieure et les travaux de finition tel que le polissage sont moins lourds à gérer et surtout moins coûteux.

- Cette technique de mise en œuvre offre un bas prix de revient et permet des cadences de production très élevées :
  - 100 à 200 pièces par heure pour des pièces de gros volumes (carrosserie automobile)
  - 3000 à 4000 pièces par heure pour des petites pièces (renfort, capuchon de réservoir).

### III.4. Les inconvénients de l'emboutissage

Les zones d'étirement subissent un amincissement (qui doit rester limité pour éviter la rupture) et les zones de rétreint (compression) subissent une combinaison d'épaississement et de plissement.

- Le retour élastique, lorsque le poinçon se retire après la phase de mise en forme, la pièce ainsi formée n'est plus soumise à la force de maintien. Il se produit alors un retrait de la matière. Afin d'atténuer ce phénomène, il est courant de recourir à certains artifices tels que la frappe du rayon, l'étirage en fin de gamme ou le maintien prolongé du poinçon.

- L'entrée de la matrice doit être très arrondie et polie pour éviter toute déchirure du métal et pour optimiser le comportement des zones de retraits.
- Pour obtenir des pièces précises il est nécessaire d'utiliser des logiciels permettant de simuler les retours élastiques de la pièce.
- Le temps de préparation est important –la mise au point des outils, poinçon, et matrice est très coûteuse et nécessitant un savoir-faire de l'entreprise.

### **III.5. L'utilisation de l'emboutissage**

- L'emboutissage est un procédé très largement utilisé dans l'industrie automobile pour les éléments de carrosserie mais aussi dans le domaine des appareils électroménagers du sanitaire et de l'emballage : lavabos métalliques, bacs de couches, boîtes de boisson, conserves,...
- Pour les emboutissages peu profonds, les moules sont alimentés par du feuillard en ruban alors que les moules en bloc sont alimentés par des disques ou des découpes de formes différentes [9].

## **IV. Caractérisation de la texture cristallographique**

Les matériaux présentent une anisotropie cristallographique, ou texture, lorsque les grains ou cristallites possèdent une ou plusieurs orientations préférentielles. L'anisotropie cristallographique trouve son origine dans le processus de fabrication [11].

### **IV.1. Texture de déformation**

Au cours de la déformation plastique d'un matériau poly cristallin, les grains subissent des rotations qui modifient leur orientation cristallographique. Ces rotations dépendent du mode de déformation imposé au matériau d'une part, et des systèmes de glissement activés dans chaque grain d'autre part. Ces changements d'orientation des grains génèrent dans le matériau la formation d'une texture de déformation [12].

### **IV.2. Représentation de l'orientation cristallographique des cristallites**

La représentation de la texture est généralement donnée par l'orientation des cristallites par rapport à un référentiel lié à l'échantillon. (DL, DT, DN) sont les trois directions orthogonales définissant ce référentiel. Dans le cas d'une tôle laminée, DL est la direction de laminage de la tôle, DT la direction transverse et DN la direction normale au plan de laminage (DL, DT) (Fig. I.13) [12].

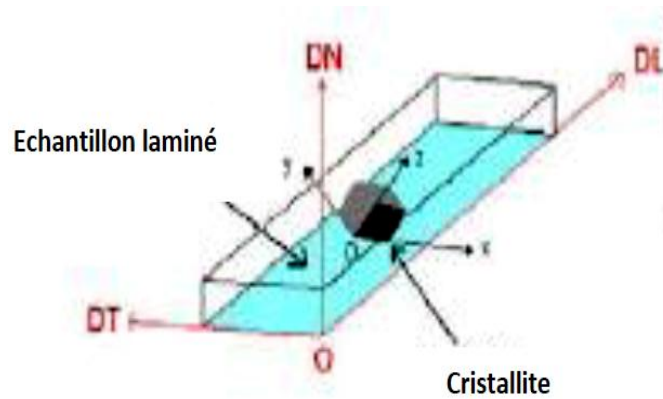


Figure I. 13: Définition des repères pour la mesure de la texture cristallographique.

#### IV.2.1. Représentation par les angles d'Euler

C'est la représentation principale utilisée dans l'étude des FDOC (Fonction de Distribution des Orientations Cristallines). Les angles d'Euler  $\varphi_1, \phi, \varphi_2$  (selon le formalisme de Bunge [13]) définis ci-dessous, décrivent l'ensemble des trois rotations permettant d'amener le repère associé à l'échantillon  $\{E\} \equiv (O, DL, DT, DN)$  en coïncidence avec celui associé à la cristallite  $\{C\} \equiv (O_{xyz})$ . (Fig. I.13).

- $\varphi_1$  ( $2\pi \geq \varphi_1 \geq 0$ ) rotation autour de DN,  $(O, DL, DT, DN \text{ ----- } O_{x_1y_1z_1})$
- $\phi$  ( $\pi \geq \phi \geq 0$ ) rotation autour de  $O_{x_1}$  ( $O_{x_1y_1z_1} \text{ ----- } O_{x_2y_2z_2}$ )
- $\varphi_2$  ( $2\pi \geq \varphi_2 \geq 0$ ) rotation autour de  $O_{z_2}$  ( $O_{x_2y_2z_2} \text{ ----- } O_{xyz}$ )

Si  $g$  est la transformation qui résulte de ces trois rotations, les repères  $\{C\}$  et  $\{E\}$  sont liés par la relation :

$$\{C\} = g(\varphi_1, \phi, \varphi_2) * \{E\}$$

Dans le cas de la symétrie cubique,  $g$  est donnée par la matrice de rotation suivante :

$$g = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_2 \sin \phi \\ -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & \cos \varphi_2 \sin \phi \\ \sin \varphi_1 \sin \phi & -\cos \varphi_1 \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

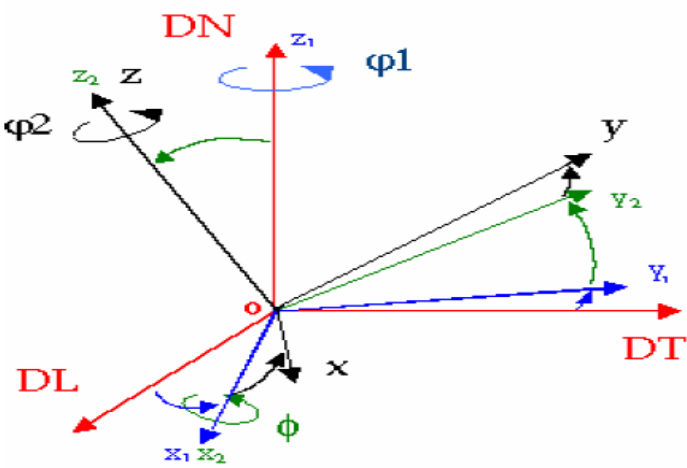


Figure I. 14: Représentation de l'orientation cristallographique par les angles d'Euler.



# Chapitre II

## Modélisation et résultats expérimentaux





## **PARTIE MODELISATION MECANIQUE**

### **I. Introduction**

L'anisotropie des métaux laminés pendant l'opération de mise en forme est la combinaison de l'anisotropie initiale due à l'historique thermomécanique et aux déformations plastique parcourue. Dans cette contribution, la description de cette anisotropie plastique est basée sur deux fonctions d'écoulements anisotropes. La première est celle de Hill1948 de forme quadratique par contre la seconde est le critère de F. Barlat Yld2000-2d utilisant deux transformations linéaires de tenseur des contraintes de Cauchy de caractère non quadratique. Les deux critères sont convexes, insensible à la contrainte moyenne et respectant l'hypothèse de l'écroutissage isotrope.

Après présentation du formalisme mathématique des paramètres mécaniques recherchés, il nous a paru que la validation par caractérisation expérimentale de l'anisotropie est inévitable par les modèles utilisés.

### **Tôle homogène**

Considérons une tôle homogène industrielle formée d'une seule couche, comme il est schématisé en (Figure II.1). Les champs de contraintes et de déformations correspondants, sous les diverses sollicitations imposées, sont considérés (macroscopiquement) les mêmes et uniformes à travers toute la tôle.

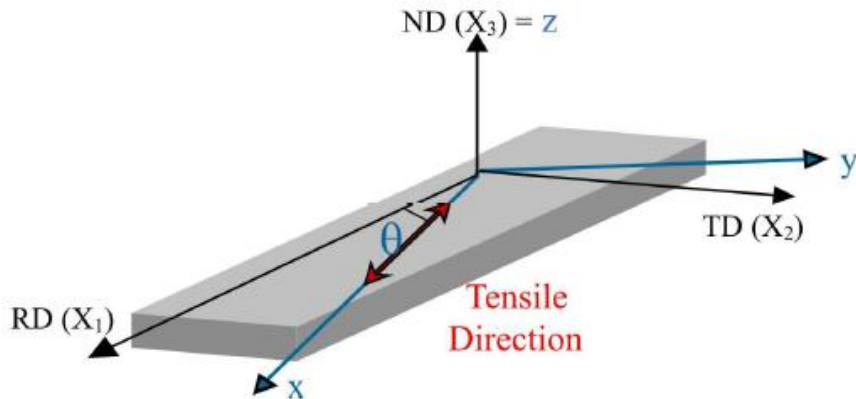


Figure II. 1 Schéma de l'essai de traction pour la détermination du coefficient de Lankford  $R$  ( $\theta$ ) d'une tôle homogène.

## II. Formalisme général

### II.1. Critère de Hill quadratique (1948) : [14]

Du point de vue historique le critère de Hill48 est le premier critère proposé pour prendre en considération de l'anisotropie orthotrope des tôles laminées. Le comportement de certains matériaux peut varier en fonction de la direction de sollicitation, dans ces conditions, le matériau est dit anisotrope. L'orthotropie est une anisotropie particulière qui se caractérise par trois plans de symétries orthogonaux dont les intersections définissent les trois axes d'orthotropie ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Compte tenu des conditions d'élaboration, le comportement des tôles laminées s'inscrit dans le cadre d'une anisotropie orthotrope pour laquelle le repère ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) s'identifie par :

- ✓  $x$  : direction de laminage (DL),
- ✓  $y$  : direction perpendiculaire à la direction de laminage dans le plan de la tôle (DT),
- ✓  $z$  : direction normale au plan de la tôle (DN).

La fonction d'écoulement de Hill48 décrivant une tôle homogène, est insensible à l'effet Bauschinger et tenant compte de l'anisotropie initiale du matériau. Mathématiquement, ce critère de plasticité se présente comme une fonction convexe dans l'espace des contraintes. Ainsi, la fonction de charge  $f(\sigma_{ij})$  doit être convexe si elle est deux fois différentiable et sa matrice **Hessienne**  $\mathbf{H}$  est semi-définie positivement, ce qui implique que ses valeurs propres doivent être positives ou nulles.

La matrice Hessienne  $\mathbf{H}$  s'écrit :

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j} = C_{ij} \quad (1)$$

Le critère proposé est un critère quadratique qui s'exprime dans le repère orthotrope sous la forme suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2$$

L'écriture abrégée de la fonction d'écoulement précédente peut être transcrite sous forme tensorielle :

$$f(\sigma_{ij}) = \sigma : C : \sigma = C_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (2)$$

Les indices de sommation tensorielle sont  $i, j, k, l = 1, 2, 3$  et  $C$  représente le tenseur d'élasticité d'ordre 4 et de dimension 3. Il est courant de représenter les tenseurs de ce type sous forme d'une matrice 6 x 6 symétriques. La forme matricielle s'écrit pour une symétrie orthotrope :

$$f(\sigma_{ij}) = \begin{matrix} T \\ \left[ \begin{array}{c} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{array} \right] \end{matrix} \begin{bmatrix} G+H & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & F+H & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & F+G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Tels que  $F, G, H, L, M$  et  $N$  sont les paramètres d'anisotropie de Hill, déterminant la forme de la surface d'écoulement et son degré d'anisotropie. Pour assurer l'indépendance à la pression hydrostatique (l'incompressibilité plastique) il faut respecter les trois conditions de **Karafilis** et **Boyce** (1993) :  $C_{1K} + C_{2K} + C_{3K} = 0$  pour  $k = 1, 2, 3$ .

Il faut noter que un des paramètres  $F, G, H$  peut être négatif, par contre  $L, M, N$  sont toujours positifs (**Hill, 1998 ; Liu et al. 1997**).

Si :  $\sigma_0^1, \sigma_0^2$  et  $\sigma_0^3$  sont des contraintes d'écoulement en traction uniaxiale suivant les directions principales d'anisotropie, on voit que :

$$G+H = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^1)^2} \quad , \quad F+H = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^2)^2} \quad , \quad F+G = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^3)^2}$$

Si :  $\sigma_0^{23}, \sigma_0^{13}$  et  $\sigma_0^{12}$  sont des contraintes en cisaillement simples par rapport aux axes principaux d'anisotropie, on obtient :

$$2L = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^{23})^2}, \quad 2M = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^{13})^2}, \quad 2N = \frac{\sigma_0}{(\sigma_0^{12})^2}$$

Les coefficients  $F, G, H, L, M$  et  $N$  doivent satisfaire les conditions de convexité du critère en auquel lui est associé la matrice Hessienne :  $H_{ij} = \partial^2 f / \partial \sigma_i \partial \sigma_j$  qui est définie semi positive ( $\det H_{ij} \geq 0$  et la diagonale positives ou nulles).

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} G+H & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & F+H & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & F+G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres sont déterminées selon la relation caractéristique suivante :

$$\det (H_{ij} - KI) = 0$$

Pour  $K^5$ , on trouve :

$$F + G + H + L + M + N \leq 0$$

Pour  $K^4$ , on trouve :

$$3(FG + FH + GH) + 4LM \geq 2(F + G + H) + 2(L + M + N) + 4(L + M)N$$

Pour  $K^3$ , on trouve :

$$8N(F + G + H)(LM + (L + M)) \geq 6(FG + FH + GH)(L + M + N) + 8LMN$$

Pour  $K^2$ , on trouve :

$$12(FG + FH + GH)(LM + (L + M)) + 16LMN(F + G + H) \geq 0$$

Pour  $K^1$ , on trouve :

$$24(FH + FG + HG)(LMN) \leq 0$$

Selon l'hypothèse de contraintes planes, consistant à négliger toutes les composantes du tenseur des contraintes hors plan de la tôle ( $\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ ), ce critère peut se réduire à l'expression suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = (G + H)\sigma_{11} - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (H + F)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2 \quad (4)$$

Si l'on pose  $F = G = H = 1/2$ ,  $L = M = N = 3/2$ , le critère de Hill se réduit au critère de Von Mises correspondant à un matériau incompressible isotrope.

## Traction uni-axiale

Généralement, la caractérisation mécanique d'une tôle passe par un essai de traction uniaxiale, dans lequel la seule composante non nulle du tenseur des contraintes est  $\sigma_{xx} = \sigma$  dans le repère de l'éprouvette ( $x, y, z$ ). Ceci est vrai lorsque la longueur de l'éprouvette est très grande devant sa largeur (figure II.2).



Figure II. 2: Eprouvette de traction uni axiale

L'effet des têtes est alors négligé mais une vitesse de cisaillement  $\dot{\epsilon}_{xy}$  est généralement observée dans son plan. Dans ce cas, les deux tenseurs de contraintes et de vitesse de déformations s'expriment par :

$$\sigma_E = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dot{\epsilon}_E = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon}_{xy} & 0 \\ \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

En reprenant les mêmes démarches que dans le cadre général, le tenseur de contraintes dans le repère de la tôle peut être écrit :

$$\begin{aligned}\sigma_T &= P^T \sigma_E P = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma \cos^2 \theta & -\sigma \cos \theta \sin \theta & 0 \\ -\sigma \cos \theta \sin \theta & \sigma \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)\end{aligned}$$

Par substitution dans le critère de Hill, la contrainte d'écoulement  $\sigma(\theta)$ , en fonction de la rotation des différentes sollicitations dans le plan (DL, DT), peut s'écrire :

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma \sin^2 \theta)^2 + G(\sigma \cos^2 \theta)^2 + H(\sigma \cos 2\theta)^2 + 2N(-\sigma \cos \theta \sin \theta)^2 = \sigma_0^2$$

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{(F \sin^4 \theta + G \cos^4 \theta + H \cos^2 2\theta + 2N \sin^2 \theta \cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

II.1.1. Loi d'écoulement associée au critère de Hill :

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2$$

La loi d'évolution associée au critère de **Hill** s'écrit :  $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\sigma_{ij}}$

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{11} = 2\dot{\lambda}[H(\sigma_{11} - \sigma_{22}) - G(\sigma_{33} - \sigma_{11})] \times F \\ \dot{\epsilon}_{22} = 2\dot{\lambda}[F(\sigma_{22} - \sigma_{33}) - H(\sigma_{11} - \sigma_{22})] \times -G \\ \dot{\epsilon}_{33} = 2\dot{\lambda}[G(\sigma_{33} - \sigma_{11}) - F(\sigma_{22} - \sigma_{33})] \times H \end{cases} \quad \text{Et} \quad \begin{cases} \dot{\epsilon}_{23} = 2\dot{\lambda}L\sigma_{23} \\ \dot{\epsilon}_{13} = 2\dot{\lambda}M\sigma_{13} \\ \dot{\epsilon}_{12} = 2\dot{\lambda}N\sigma_{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{F\dot{\epsilon}_{11} - G\dot{\epsilon}_{22}}{2\dot{\lambda}} = (FG + GH + HF)(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \\ \frac{F\dot{\epsilon}_{11} - H\dot{\epsilon}_{33}}{2\dot{\lambda}} = (FG + GH + HF)(\sigma_{11} - \sigma_{33}) \\ \frac{H\dot{\epsilon}_{33} - G\dot{\epsilon}_{22}}{2\dot{\lambda}} = (FG + GH + HF)(\sigma_{33} - \sigma_{22}) \end{cases} \quad (8)$$

D'où, en reportant ces valeurs dans le critère de Hill, on obtient après quelques calculs.

$$\lambda = \frac{1}{2\sigma_0} \left[ F \left( \frac{H\dot{\epsilon}_{33} - G\dot{\epsilon}_{22}}{FG + GH + HF} \right)^2 + G \left( \frac{F\dot{\epsilon}_{11} - H\dot{\epsilon}_{33}}{FG + GH + HF} \right)^2 + H \left( \frac{F\dot{\epsilon}_{11} - G\dot{\epsilon}_{22}}{FG + GH + HF} \right)^2 + \frac{2\dot{\epsilon}_{23}^2}{L} + \frac{2\dot{\epsilon}_{13}^2}{M} + \frac{2\dot{\epsilon}_{12}^2}{N} \right]^{1/2}$$

### II.1.2. Coefficient d'anisotropie (Lankford) $r(\theta)$

Après les brèves présentations des critères de plasticité anisotropes les plus courants, il convient d'introduire le coefficient d'anisotropie  $r(\theta)$ , appelé coefficient de Lankford qui caractérise l'anisotropie plastique d'une tôle. Ce paramètre est mesurable à l'aide d'un essai de traction uniaxiale en déterminant le rapport des déformations de la largeur  $\dot{\epsilon}_{yy}$  sur celle de l'épaisseur  $\dot{\epsilon}_{zz}$  :

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}} \quad (9)$$

Une grande valeur de ce coefficient indique la tendance d'une tôle à se déformer plastiquement en largeur plutôt qu'en épaisseur, ce qui peut favoriser certains états de contrainte où l'écoulement sur la largeur peut se produire plus facilement que sur l'épaisseur.

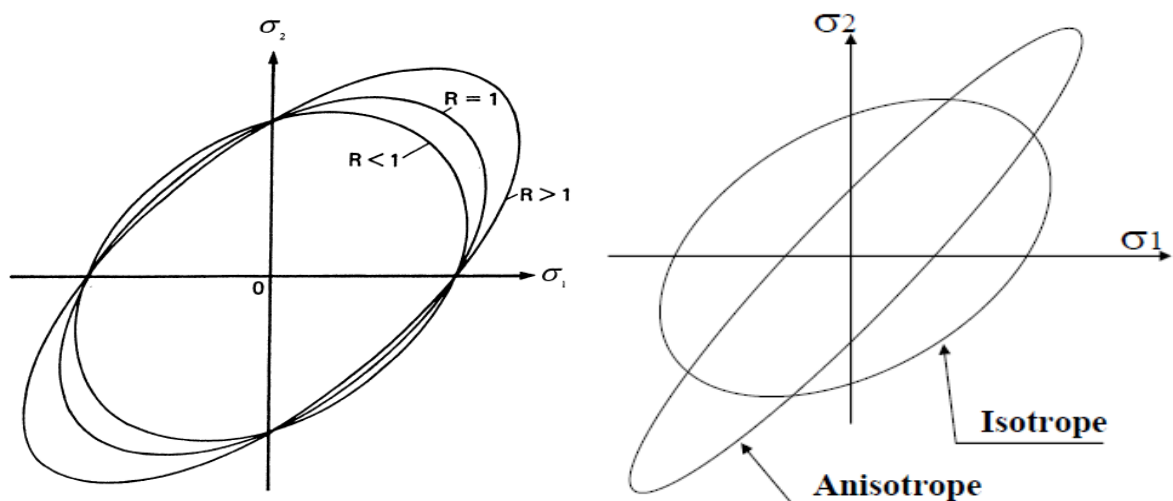


Figure II. 3: Évolution de la surface d'écoulement issue du critère de Hill (1948) en fonction du coefficient de Lankford

L'anisotropie plastique des tôles est généralement caractérisée par le coefficient de Lankford  $r(\theta)$ , au moyen d'essais de traction uniaxiale effectués dans le plan de laminage suivant diverses directions faisant un angle  $\theta$  par rapport à la direction du laminage.

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}} = \frac{[H \cos^2 2\theta - (F + G - 2N) \cos^2 \theta \sin^2 \theta]}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta} \quad (10)$$

Les paramètres d'anisotropies de Hill48 peuvent ainsi calculer à partir des valeurs expérimentales des valeurs des coefficients de Lankford ou à partir des contraintes d'écoulement. Les possibilités suivantes ont été considérées :

- i) Soit à partir des coefficients de Lankford  $r_0, r_{45}, r_{90}$ . [15]

$F = \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)}$	$G = \frac{1}{(1+r_0)}$
$H = \frac{r_0}{(1+r_0)}$	$N = \frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{2r_{90}(1+r_0)}$

- ii) Soit à partir des coefficients de Lankford  $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$ . [16]

$2F = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$	$2G = 1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$
$2H = 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$	$2N = \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2}$

- iii) Soit à partir des coefficients de Lankford  $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, r_{90}$ . [16]

$F = \frac{2\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$	$G = 2 - \frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$
$H = \frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$	$N = \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2(r_{90}-1)}{\sigma_{90}^2(1+r_{90})}$

Notant que la contrainte de référence pour toutes les variantes est  $\sigma_{ref} = \sigma_0$



## II.2.Critère de F. Barlat (Yld2000-2d) : [17]

Le critère Yld2000-2D est largement accepté comme l'un des plus appropriés critères pour décrire le comportement plastique de tôles d'aluminium (matériaux orthotropes). **Barlat** a introduit l'anisotropie en utilisant deux transformations linéaires, la première transformation utilise le 1<sup>er</sup> terme  $\Phi'$  et la seconde  $\Phi''$  l'équation avec l'exposant  $K$  du critère telle que  $k=8$  pour les métaux CFC et que  $k=6$  pour les métaux CC :

$$\Phi = \Phi' + \Phi'' = 2\sigma_0^K \quad (11)$$

$$\Phi' = |S'_1 - S'_2|^K \quad (12)$$

$$\Phi'' = |2S''_2 + S''_1|^K + |2S''_1 + S''_2|^K \quad (13)$$

Où :  $(S'_1, S'_2)$  et  $(S''_1 + S''_2)$  sont des valeurs principale des tenseurs des contraintes planes, transformés linéairement qui sont obtenus à partir de déviateur des contraintes  $S$  et de tenseur de Cauchy de contrainte  $\sigma$  par :

$$\begin{bmatrix} S'_{11} \\ S'_{22} \\ S'_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & 0 \\ C'_{21} & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{22} \\ s_{12} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} S''_{11} \\ S''_{22} \\ S''_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & 0 \\ C''_{21} & C''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{22} \\ s_{12} \end{bmatrix} \quad (14)$$

On peut aussi utiliser :

$$\begin{cases} S' = C'S = C'T\sigma = L'\sigma \\ S'' = C''S = C''T\sigma = L''\sigma \end{cases}$$

La matrice  $\mathbf{T}$  est introduite pour traduire le caractère déviatorique des tenseurs des vitesses de déformation plastique :

$$\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{13} \\ S_{23} \\ S_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\Rightarrow T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \stackrel{\text{Plan}}{=} \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \text{ Tenseur isotrope (15)}$$

$\mathbf{T}$  permet de transformer le tenseur des contraintes  $\sigma$  au tenseur deviatorique  $S$ . Dans le cas e orthotrope des matériaux, la matrice de transformation linéaire  $\mathbf{L}$  s'écrit :

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & 0 & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{66} \end{bmatrix} \stackrel{\text{Plan}}{=} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L_{66} \end{bmatrix}$$

Avec :  $L_{1k} + L_{2k} + L_{3k} = 0$  pour  $k = 1, 2, 3$ .

$$\rightarrow L' = C'T \Rightarrow \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & 0 \\ C'_{21} & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2C'_{11}/3 & -C'_{11}/3 & 0 \\ -C'_{22}/3 & 2C'_{22}/3 & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & 0 \\ L'_{21} & L'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{66} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Avec :  $C'_{12} = C'_{21} = 0$

$$S' = L'\sigma \rightarrow \begin{bmatrix} S'_{11} \\ S'_{22} \\ S'_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & 0 \\ L'_{21} & L'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow L'' = C''T \Rightarrow \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & 0 \\ C''_{21} & C''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [2C''_{11} - C''_{12}]/3 & [2C''_{12} - C''_{11}]/3 & 0 \\ [2C''_{21} - C''_{22}]/3 & [2C''_{22} - C''_{21}]/3 & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L''_{11} & L''_{12} & 0 \\ L''_{21} & L''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L''_{66} \end{bmatrix}$$

$$S'' = L''\sigma \rightarrow \begin{bmatrix} S''_{11} \\ S''_{22} \\ S''_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L''_{11} & L''_{12} & 0 \\ L''_{21} & L''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Ou :  $\sigma_{ij}$  sont des contraintes et  $C', C'', T, L, L''$  sont des tenseurs déviateurs appropriés (constantes de matériau) appliqués dans le plan de la tôle (2D). On peut calculer les constantes des matériaux  $C'_{11}, C'_{22}, C'_{66}, C''_{11}, C''_{12}, C''_{21}, C''_{22}$  et  $C''_{66}$  à partir des contraintes  $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ , et  $\sigma_b$  plus les paramètres d'anisotropies  $R_0, R_{45}, R_{90}$  et le coefficient d'anisotropie la traction bi-axiale ( $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ ) dans le plan de la tôle du laminage  $R_b = \varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ .

Les contraintes principales de via-toriques planes sont :  $S_{1,2} = \frac{1}{2}(S_{11} + S_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(S_{11} - S_{22})^2 + 4S_{12}^2}$

Donc pour les deux termes  $\Phi', \Phi''$  on peut donner les contraintes deviatoriques principales planes :

$$S'_{1,2} = \frac{1}{2}(S'_{11} + S'_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(S'_{11} - S'_{22})^2 + 4S'^2_{12}} \quad (18)$$

$$S''_{1,2} = \frac{1}{2}(S''_{11} + S''_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(S''_{11} - S''_{22})^2 + 4S''^2_{12}}$$

Pour  $S'$

$$\begin{cases} S'_{11} = C'_{11}S_{11} + C'_{12}S_{22} \\ S'_{22} = C'_{21}S_{11} + C'_{22}S_{22} \\ S'_{12} = C'_{66}S_{12} \end{cases}$$

Pour  $S''$

$$\begin{cases} S''_{11} = C''_{11}S_{11} + C''_{12}S_{22} \\ S''_{22} = C''_{21}S_{11} + C''_{22}S_{22} \\ S''_{12} = C''_{66}S_{12} \end{cases} \quad (19)$$

Il se réduit à une expression isotrope si les deux matrices  $C'$  et  $C''$  vont être égales au matrice d'identité I pour que  $S' = S'' = S$  (on retrouve le critère isotrope de Hershey). Parce que  $\Phi'$  dépend de  $S'_1 - S'_2$  uniquement 3 coefficients dans  $C'$ . Il faut noter qu'il y'avait 10 coefficients d'anisotropie pour  $S'$  et  $S''$  mais seulement 3 sont indépendants dans  $S'$  (donc, dans l'ensemble, on a seulement 8 coefficient indépendants, puisque les deux constatas  $C'_{12}$  et  $C'_{21}$  sont dépendamment liés aux coefficients  $C'_{11}$  et  $C'_{22}$ . On pose donc que  $C'_{12} = C'_{21} = 0$ , avec une nouvelle écriture du 1<sup>er</sup> terme  $\Phi'$ .

Le 1<sup>er</sup> terme  $\Phi'$  s'écrit :

$$|S'_1 - S'_2|^K = \left| \sqrt{(S'_{11} - S'_{22})^2 + 4S'^2_{12}} \right|^K = \left| 2\sqrt{\left[ \frac{(C'_{11} - C'_{21})S_{11} + (C'_{12} - C'_{22})S_{22}}{2} \right]^2 + C'^2_{66}S_{12}^2} \right|^K$$

On pose :  $C'_{12} = C'_{21} = 0$ .

$$|S'_1 - S'_2|^K = \left| \sqrt{(S'_{11} - S'_{22})^2 + 4S'^2_{12}} \right|^K = \left| 2 \sqrt{\left[ \frac{C'_{11}S'_{11} - C'_{22}S'_{22}}{2} \right]^2 + C'^2_{66}S'^2_{12}} \right|^K$$

La fonction  $\Phi' = |S'_1 - S'_2|^K$  est :

$$\Phi' = |S'_1 - S'_2|^K = \left| 2 \sqrt{\left[ \frac{C'_{11}S'_{11} - C'_{22}S'_{22}}{2} \right]^2 + C'^2_{66}S'^2_{12}} \right|^K \quad (20)$$

Le 2<sup>eme</sup> terme  $\phi''$  s'écrit :

$$\Phi'' = |2S''_2 + S''_1|^K + |2S''_1 + S''_2|^K$$

$$\triangleright |2S''_2 + S''_1|^K = \left| (S''_{11} + S''_{22}) - \sqrt{(S''_{11} - S''_{22})^2 + 4S''^2_{12}} + \frac{1}{2}(S''_{11} + S''_{22}) + \frac{1}{2}\sqrt{(S''_{11} - S''_{22})^2 + 4S''^2_{12}} \right|^K$$

Utilisant les propriétés de la relation (14) :

$$|2S''_1 + S''_2|^K = \left| \frac{3}{2}[(C''_{11} + C''_{21})S_{11} + (C''_{12} + C''_{22})S_{22}] - \frac{1}{2}\sqrt{[(C''_{11} - C''_{21})S_{11} - (C''_{22} - C''_{12})S_{22}]^2 + C''^2_{66}S^2_{12}} \right|^K \quad (21)$$

Et

$$\triangleright |2S''_1 + S''_2|^K = \left| (S''_{11} + S''_{22}) + \sqrt{(S''_{11} - S''_{22})^2 + 4S''^2_{12}} + \frac{1}{2}(S''_{11} + S''_{22}) - \frac{1}{2}\sqrt{(S''_{11} - S''_{22})^2 + 4S''^2_{12}} \right|^K$$

Utilisant les mêmes propriétés (14) :

$$|2S''_1 + S''_2|^K = \left| \frac{3}{2}[(C''_{11} + C''_{21})S_{11} + (C''_{12} + C''_{22})S_{22}] + \frac{1}{2}\sqrt{[(C''_{11} - C''_{21})S_{11} - (C''_{22} - C''_{12})S_{22}]^2 + C''^2_{66}S^2_{12}} \right|^K \quad (22)$$

La fonction  $\Phi = \Phi' + \Phi'' = 2\sigma_0^K$  devient :

$$\Phi = \left| 2\sqrt{\left[\frac{C'_{11}S_{11} - C'_{22}S_{22}}{2}\right]^2 + C'^2_{66}S^2_{12}} \right|^K + \left| \frac{3}{2}[(C''_{11} + C''_{21})S_{11} + (C''_{12} + C''_{22})S_{22}] - \frac{1}{2}\sqrt{[(C''_{11} - C''_{21})S_{11} - (C''_{22} - C''_{12})S_{22}]^2 + C''^2_{66}S^2_{12}} \right|^K + \left| \frac{3}{2}[(C''_{11} + C''_{21})S_{11} + (C''_{12} + C''_{22})S_{22}] + \frac{1}{2}\sqrt{[(C''_{11} - C''_{21})S_{11} - (C''_{22} - C''_{12})S_{22}]^2 + C''^2_{66}S^2_{12}} \right|^K \quad (23)$$

On pose :

$$\begin{cases} \alpha_1 = C'_{11} \\ \alpha_2 = C'_{22} \\ \alpha_3 = 2C''_{21} + C''_{11} \\ 2\alpha_4 = 2C''_{22} + C''_{12} \\ 2\alpha_5 = 2C''_{11} + C''_{21} \\ \alpha_6 = 2C''_{12} + C''_{22} \\ \alpha_7 = C'_{66} \\ \alpha_8 = C''_{66} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C'_{11} = \alpha_1 \\ C'_{22} = \alpha_2 \\ C''_{11} = \frac{1}{3}[4\alpha_5 - \alpha_3] \\ C''_{22} = \frac{1}{3}[4\alpha_4 - \alpha_6] \\ C''_{12} = \frac{2}{3}[\alpha_6 - \alpha_4] \\ C''_{21} = \frac{2}{3}[\alpha_3 - \alpha_5] \\ C'_{66} = \alpha_7 \\ C''_{66} = \alpha_8 \end{cases} \quad (24)$$

Donc pour :

$$\Phi = |\alpha_1 S_{11} - \alpha_2 S_{22}|^K + |\alpha_3 S_{11} + 2\alpha_4 S_{22}|^K + |2\alpha_5 S_{11} + \alpha_6 S_{22}|^K \quad \text{Quand : } \sigma_{12} = S_{12} = 0 \quad (25)$$

$$\Phi = |2\alpha_7 S_{12}|^K + |\alpha_8 S_{12}|^K \quad \text{Quand : } \sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$$

Les coefficients  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8$  peuvent être identifiés à partir des caractérisations mécaniques de huit essais tractions uni axiales et bi axiales. Pour le cas isotrope :  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_8 = 1$  et les matrices des coefficients  $C'$  et  $C''$  ci-dessous, deviennent des matrices d'identité et par conséquent les transformations linéaires des tenseurs deviatoriques sont ainsi égales  $S' = S'' = S$ .

$$C' = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_7 \end{bmatrix} ; \quad C'' = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4\alpha_5 - \alpha_3 & 2\alpha_6 - 2\alpha_4 & 0 \\ 2\alpha_3 - 2\alpha_5 & 4\alpha_4 - \alpha_6 & 0 \\ 0 & 0 & 3\alpha_8 \end{bmatrix}$$

Pour plus de commodité dans le calcul des paramètres de l'anisotropie, les coefficients de  $L'$  et  $L''$  peuvent être exprimés comme suit :

$$L' = \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} ; \quad L'' = \begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix}$$

Avec les expressions des contraintes déviatoriques en fonction de  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{12}$ .

$$\begin{cases} S_{11} = \frac{2\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{33}}{3} = \frac{2}{3}\sigma_{11} - \frac{1}{3}\sigma_{22} \\ S_{22} = \frac{2\sigma_{22} - \sigma_{11} - \sigma_{33}}{3} = \frac{2}{3}\sigma_{22} - \frac{1}{3}\sigma_{11} \\ S_{33} = \frac{2\sigma_{33} - \sigma_{11} - \sigma_{22}}{3} = -(S_{11} + S_{22}) \Rightarrow \text{trace } S_{ij} = 0 \Rightarrow S_{11} + S_{22} + S_{33} = 0 \\ S_{12} = \sigma_{12} \\ S_{13} = \sigma_{13} \\ S_{23} = \sigma_{23} \end{cases}$$

### II.2.1. Identification des paramètres d'anisotropie

- Système d'identification des coefficients du critère Yld2000-2d

Les coefficients  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8$  peuvent être identifiés à partir des caractérisations mécaniques de huit essais tractions uni axiales et bi axiales. Le système de 8 équations qui donnent les 8 inconnues avec les informations complémentaires sont citées dans le **tableau I.1**.

$$f_i = |\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i|^K + |\alpha_3 \gamma_i + 2\alpha_4 \delta_i|^K + |2\alpha_5 \gamma_i + \alpha_6 \delta_i|^K - 2 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_i} \right)^K = 0 \quad (26)$$

$$f_4 = \left| \frac{\sqrt{M_2'^2 + 4\alpha_7^2}}{2} \right|^K + \left| \frac{3M_1'' - \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^K + \left| \frac{3M_1'' + \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^K - 2 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^K = 0 \quad (27)$$

$$g_i = (\alpha_1 q_{xi} + \alpha_2 q_{yi})(\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i) |\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i|^{K-2} + (\alpha_3 q_{xi} - 2\alpha_4 q_{yi})(\alpha_3 \gamma_i + 2\alpha_4 \delta_i) |\alpha_3 \gamma_i + 2\alpha_4 \delta_i|^{K-2} + (2\alpha_5 q_{xi} - \alpha_6 q_{yi})(2\alpha_5 \gamma_i + \alpha_6 \delta_i) |2\alpha_5 \gamma_i + \alpha_6 \delta_i|^{K-2} = 0 \quad (28)$$

$$g_4 = H_1 \frac{M_2'^2}{\sqrt{M_2'^2 + 4\alpha_7^2}} + \frac{3}{2} M_1'' (H_2 + L) + \frac{1}{2} \frac{M_2''^2}{\sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}} (L - H_2) - \frac{2K}{(1+r_{45})} \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^K = 0 \quad (29)$$

Donc on a trois équations pour chaque  $f_i$  et  $g_i$  correspond à  $i=1, 2, 3$ . Dans chaque équation, les valeurs  $\gamma_i, \delta_i, q_{xi}, q_{yi}, \sigma_i$  sont données dans le tableau 1 pour chaque valeur de l'indice  $i$ . les autres expressions citées en  $f_4$  et  $g_4$  sont comme suit :

$$\text{Avec : } \begin{cases} M_2' = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{3} \\ M_1'' = \frac{\alpha_3 + 2\alpha_4 + 2\alpha_5 + \alpha_6}{9} \\ M_2'' = \frac{2\alpha_5 + \alpha_6 - \alpha_3 - 2\alpha_4}{3} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} H_1 = K \left( \frac{\sqrt{M_2'^2 + 4\alpha_7^2}}{2} \right)^{K-1} \\ H_2 = K \left( \frac{3M_1'' - \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right) \left| \frac{3M_1'' - \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^{K-2} \\ L = K \left( \frac{3M_1'' + \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right) \left| \frac{3M_1'' + \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^{K-2} \end{cases}$$

Tableau II. 1 : Les données de calcul des paramètres du Yld2000-2d

Mode	Indice i	$\gamma_i$	$\delta_i$	$\sigma_i$	$q_{xi}$	$q_{yi}$
0° Traction	1	2/3	-1/3	$\sigma_0$	$1 - r_0$	$2 + r_0$
90° Traction	2	-1/3	2/3	$\sigma_{90}$	$2 + r_{90}$	$1 - r_{90}$
Traction équibi-axial	3	-1/3	-1/3	$\sigma_b$	$2 + r_b$	$2 + r_b$

Donc, nous avons huit équations pour huit inconnus  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \dots$ , et  $\alpha_8$ , utilisant l'algorithme numérique de type Newton-Raphson ou autre (la commande fsolve du matlab par exemple) pour résoudre un système non linéaire de huit équations avec une solution de initiale  $\alpha_0$  de convergence à fin d'identifier paramètres anisotrope  $\alpha$  du critère, puis par récurrence on trouve  $C'$  et  $C''$ .

II.2.2. Calcul des paramètres mécaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  :

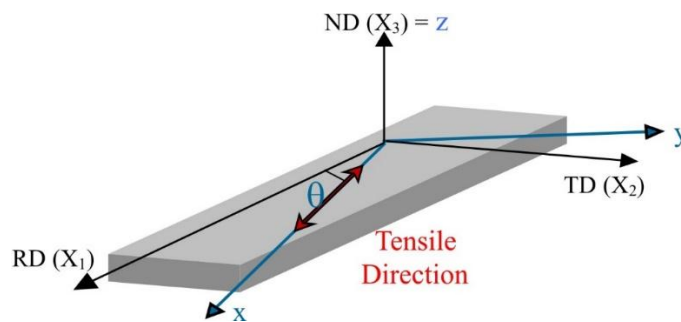


Figure II. 4:Schéma de l'essai de traction pour la détermination du coefficient de Lankford  $R(\theta)$  d'une tôle homogène

### - Cadre général

Le tenseur de contrainte dans le plan de la tôle est peut être présenté comme suit :

$$\sigma_E = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau & 0 \\ \tau & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

L'étude du comportement mécanique de telles tôles se fait strictement dans le repère orthotrope du matériau. La détermination des grandeurs mécaniques est effectuée à l'aide d'une matrice de passage, présentant une invariance par une rotation quelconque autour d'un axe particulier, par exemple  $X_3$  (isotropie transverse), selon le raisonnement suivant, soit  $P$  la matrice de passage du repère 'échantillon' au repère 'orthotrope' et  $P^T$  sa matrice transposée :

$$P = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$



On peut exprimer le tenseur des contraintes dans le repère orthotrope comme suit :

$$\sigma_T = P^T \sigma_E P = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau & 0 \\ \tau & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta - \tau \sin 2\theta & \sigma_{xx} \cos \theta \sin \theta - \sigma_{yy} \sin \theta \cos \theta + \tau \cos 2\theta & 0 \\ \sigma_{xx} \cos \theta \sin \theta - \sigma_{yy} \sin \theta \cos \theta + \tau \cos 2\theta & \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta + \tau \sin 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le tenseur de contraintes dans le nouveau repère orthotrope s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta - \tau \sin 2\theta \\ \sigma_{22} = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta + \tau \sin 2\theta \\ \sigma_{12} = (\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau \cos 2\theta \end{cases} \quad (32)$$

Le remplacement de ces valeurs dans le critère de Barlat  $\Phi = \Phi' + \Phi'' = 2\sigma_0^K$  aboutit à la nouvelle expression :

$$\Phi = \left| 2 \sqrt{\left[ \frac{C'_{11} S_{11} - C'_{22} S_{22}}{2} \right]^2 + C'^2_{66} S_{12}^2} \right|^K + \left| \frac{3}{2} [(C''_{11} + C''_{21}) S_{11} + (C''_{12} + C''_{22}) S_{22}] - \frac{1}{2} \sqrt{[(C''_{11} - C''_{21}) S_{11} - (C''_{22} - C''_{12}) S_{22}]^2 + C''^2_{66} S_{12}^2} \right|^K + \left| \frac{3}{2} [(C''_{11} + C''_{21}) S_{11} + (C''_{12} + C''_{22}) S_{22}] + \frac{1}{2} \sqrt{[(C''_{11} - C''_{21}) S_{11} - (C''_{22} - C''_{12}) S_{22}]^2 + C''^2_{66} S_{12}^2} \right|^K \quad (33)$$

Avec de nouveau le critère aura la forme suivante :  $f(\sigma_{ij}) = \sigma_0 = \left( \frac{\Phi}{2} \right)^{1/K} = \left( \frac{\Phi' + \Phi''}{2} \right)^{1/K}$  (34)

## Sollicitation uni-axiale du critère Yld2000-2d

Dans ce cas, les deux tenseurs de contraintes et de vitesse de déformations s'expriment par :

$$\sigma_E = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\sigma_{yy} = \tau = 0) \quad \dot{\epsilon}_E = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon}_{xy} & 0 \\ \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix} \quad (35)$$

On peut déduire la contrainte d'écoulement  $\sigma(\theta)$  par remplacement des équations (32) dans (33) tout en tenant en considération du tenseur uni-axial (35) qui contient l'unique contrainte non nulle de traction simple.

Calcul du  $r(\theta)$  :

Du fait que la déformation plastique correspond à une transformation irréversible du matériau, l'identification des lois de comportement associées introduit les principes de la thermodynamique postulant l'existence d'un potentiel dissipatif  $f(\sigma_{ij})$  à partir duquel dérive une relation entre le tenseur taux de déformation et le tenseur des contraintes, appelée loi d'écoulement :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad \dot{\lambda} \geq 0 : \text{Scalaire positif isotrope} \quad (36)$$

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}} = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{-(\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy})}$$

Nous présentons une étude paramétriques sur le coefficient de Lankford ce qui nous permet de regarder aisément l'influence de  $r_0$  et  $r_{90}$  sur l'écoulement du matériau. On remarque ainsi facilement que les valeurs de  $r_{45}$  ne joueront pas sur la surface de charge (Figures II.5 et II.6) lorsque  $\sigma_1$  est orientée suivant RD. De plus, les contraintes d'écoulement en traction suivant RD et en equi-expansion ne changeront pas en fonction de  $\mathbf{r}_0$ , si le coefficient  $\mathbf{r}_{90}$  vaut 1.

Influence de  $r_0$  sur la surface de charge d'Yld2000-2d

Influence de  $r_{90}$  sur la surface de charge d'Yld2000-2d

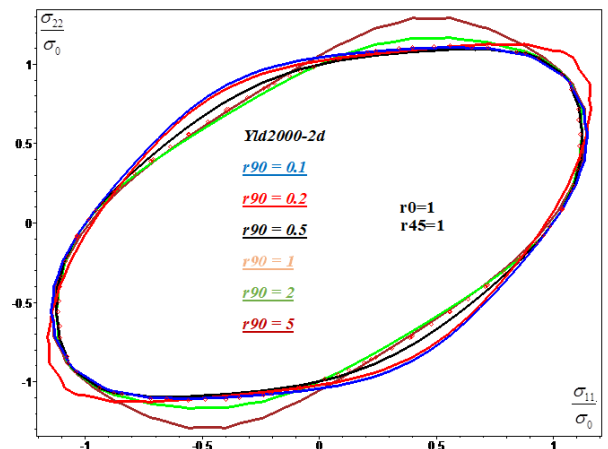
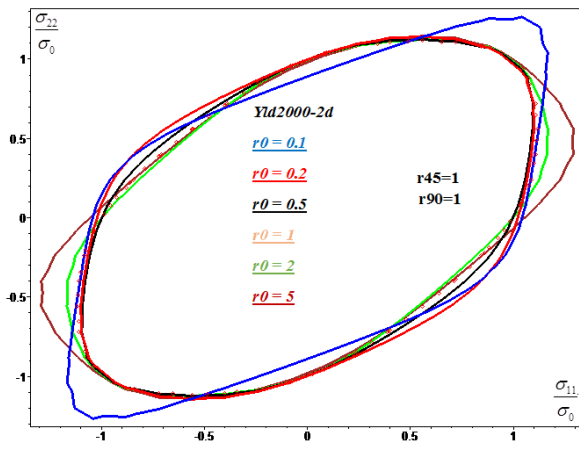


Figure II. 5: Influence de  $r_0$  et  $r_{90}$  sur la surface de charge d'Yld2000-2d,  $\sigma(\theta)$  est fixée et normalisée à 1 Mpa.

Influence de r0 sur la surface de charge de Hill48

Influence de r90 sur la surface de charge de Hill48

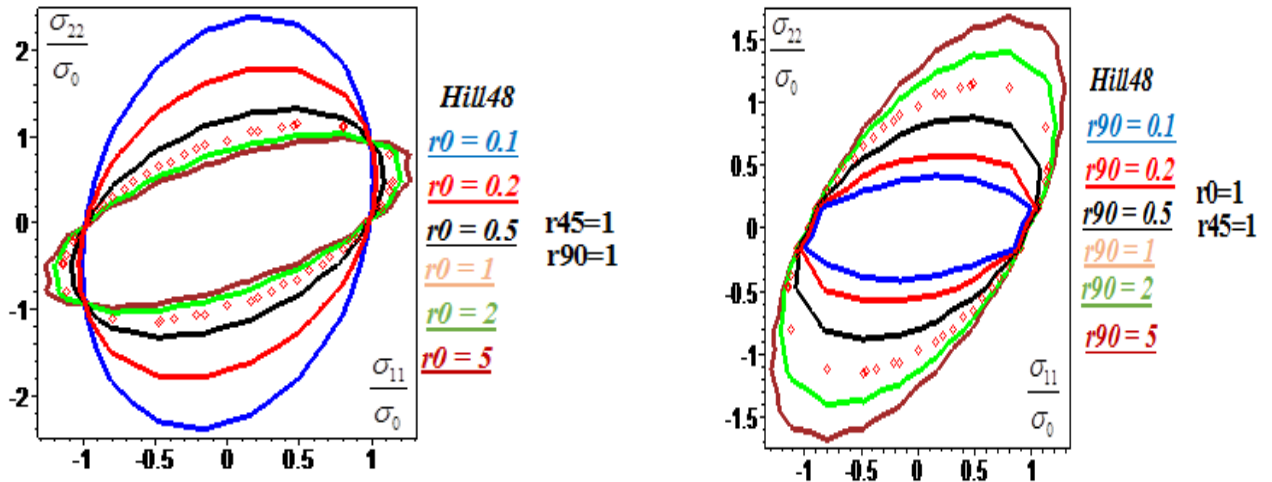


Figure II. 6:Influence de r0 et r90 sur la surface de charge de Hill48,  $\sigma(\theta)$  est fixée et normalisée à 1 Mpa

### III. Comparaison avec travaux antérieurs :

Avant de passer à l'examen de simulation mécanique de nos formalismes mathématiques développés pour les deux fonctions de deux critères à savoir Hill48 et Yld2000-2d et de tester la concordance des résultats de nos développements avec d'autres études de recherche antérieurs sur les métaux (cc : Aciers aux carbone, cfc : Aluminium), en comparant plus précisément les deux paramètres anisotropes telle que : la contrainte d'écoulement  $\sigma(\theta)$  et le coefficient de Lankford  $r(\theta)$ . Deux cas de figures (Tole1, 2) sont présentés pour l'analyse de l'anisotropie de différentes nuances des tôles homogènes (**Tableau II.2**).

Tableau II. 2:Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature.

Tôle 1 DP600 Steel	Hill48	F		G		H		N	
		0.3748		0.5291		0.4708		1.1125	
	YLD2000-2d	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
	K=6	1.011	0.964	1.1910	0.9950	1.010	1.0180	0.9770	0.9350

<b>Tôle 2</b> AA2090-T3	<b>Hill48</b>								
		0.6035		0.3965		0.6035		2.538	
	<b>YLD2000-2d K=8</b>	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
		0.4878	1.7373	0.7539	1.0235	1.0362	0.9037	1.2314	1.4849

Des courbes caractérisées par un essai de traction uni-axiale obtenues pour la contrainte d'écoulement et le coefficient de Lankford traduisant la réponse mécanique aux paramètres cités dans le tableau précédent.

**Matériau 1 :** tôle d'Acier de type 'DP600 '

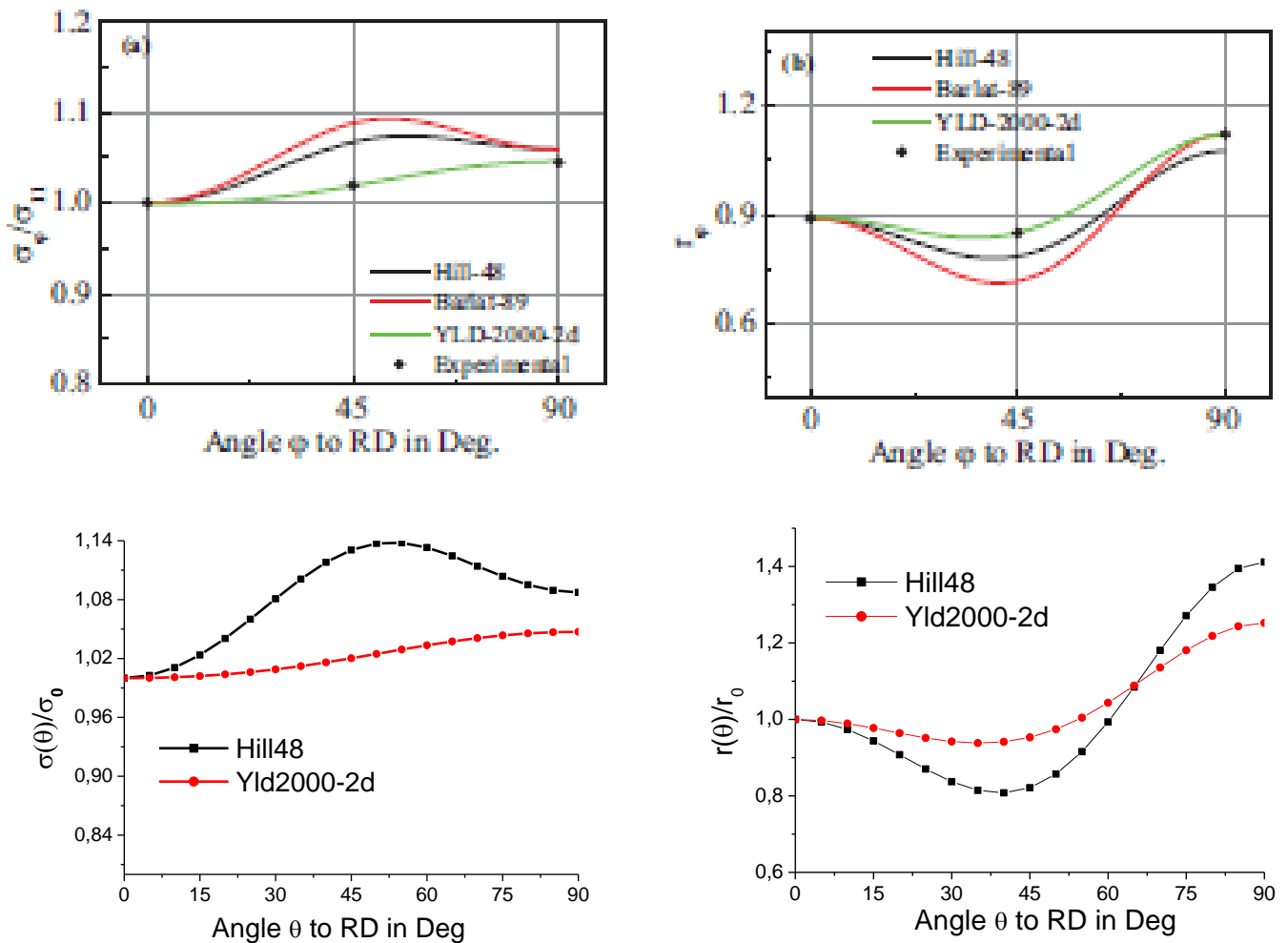


Figure II. 7: Comparaison avec les propriétés mécaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvées dans la bibliographie et nos modèles.

**Matériau 2 :** tôle d'Aluminium de type 'AA2090-T3

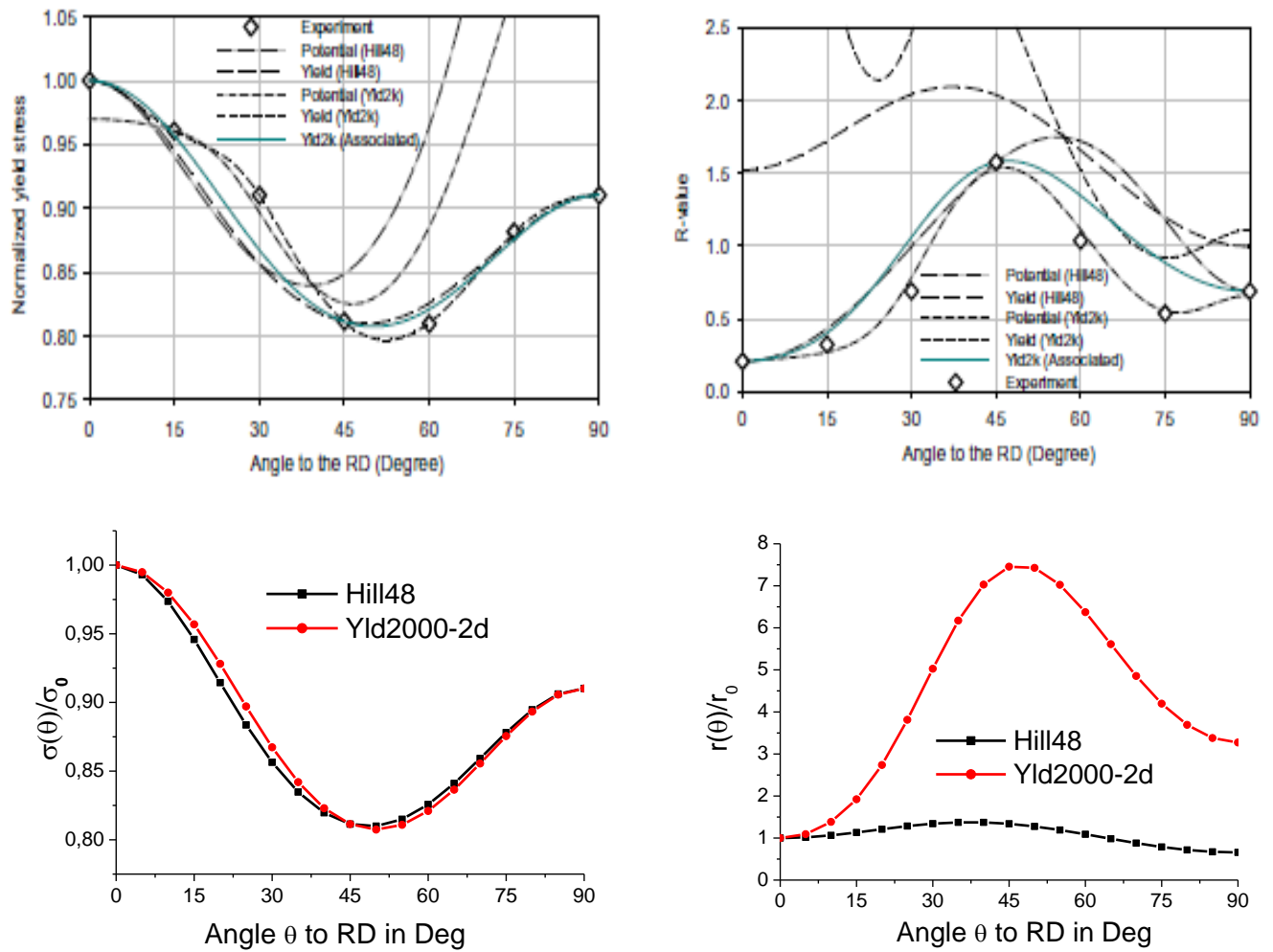


Figure II. 8: Comparaison avec les propriétés mécaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvées dans la bibliographie et nos modèles.

## PARTIE EXPERIMENTALES

### I. Historique de l'acier

L'acier destiné à la fabrication des capot de tracteur, utilisés au niveau du l'usine ETRAG, et fait partie de la classe des aciers extra-doux, de nuance RR St 14-03, selon la norme allemande DIN. Selon les tableaux de convention des normes, le RR St14-03 désigné Fe P04, suivant la norme Italienne, est classé comme un acier extra-doux au carbone, considéré par la spécification UNI N.5866 : «produits plat finis laminés à froid en acier non allié ».

La série des tôles d'acier considérées dans ce travail ont été fournies par le laboratoire de la Société Nationale de Construction des Moteurs et Tracteurs (E. N. P. M. A. Unité C. M. T. de Hmimim–Khroub). Ces tôles, d'épaisseur 1.4mm, sont utilisées pour la fabrication des réservoirs de tracteurs. La mise en forme est effectuée par emboutissage à froid.

### II. Propriété de l'acier RR st-14-03

La composition chimique n'est pas détaillée, sauf le pourcentage maximum de carbone et des impuretés (P, S). Les propriétés mécaniques du RR St 14-03 sont assurées jusqu'à 8 jours à partir de a date de livraison.

Les propriétés mécaniques à la traction de l'acier RR St 14-03 ont été mesurées à l'ambiante et sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau II. 3 : Propriétés mécaniques de l'acier RR St 14 – 03

L'acier	$\sigma_e$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_e$ 0.2%(N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_m$ (N/mm <sup>2</sup> )	A (%)	Dureté (HV)
<b>RR St 14-03</b>	215	260	350	40%	104-170

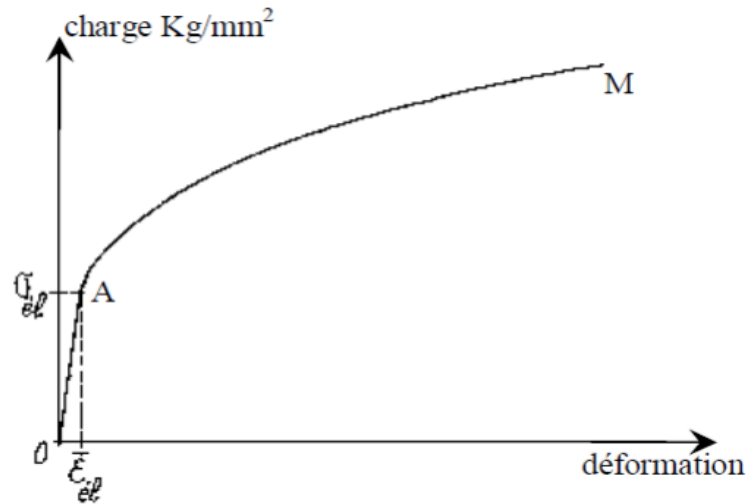


Figure II. 9 : Courbe conventionnelle d'un essai de traction.

Les caractéristiques industrielles de ductilité et de résistance de cette tôle destinée à l'emboutissage des capots des tracteurs sont :

- Un allongement à la rupture supérieur à 40 % ;
- Une charge de rupture  $\sigma_m$  présentant une moyenne de 350 MPa ;
- Une limite élastique de l'ordre de  $\sigma_e = 220$  MPa.

### III. Procédures expérimentales et propriétés de la tôle industrielle de (RR St14-03)

Le matériau d'étude est en acier qui fait partie de la classe des aciers extra-doux de nuance RR St 14-03, selon la norme allemande DIN, fourni par l'entreprise ETRAG de Constantine - sous forme de tôle mince de 1.35 mm d'épaisseur. Les indications sur la composition chimique du matériau affichée sur le **Tableau.II.4** sont données par le fournisseur.

Tableau II.4 La composition chimique de l'acier RR St 14-03

C	Si	Mn	P	S	Mo	Al	Cu	Ti	W	N	Sb
0.06	0.03	0.19	0.012	0.011	0.01	0.039	0.051	0.004	0.06	0.002	0.003



Cette gamme de tôles d'acier doux est destinée à la mise en forme par emboutissage profond et extra profond. Ces produits sont utilisés massivement dans l'industrie automobile, aussi bien pour des pièces d'aspect que pour des pièces de structure. La garantie de fourchettes réduites de caractéristiques mécaniques assure un fonctionnement des presses d'emboutissage dans des conditions de productivité optimales.

## IV. Anisotropie du comportement mécanique

### IV.1. Essais de traction

Les essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes normalisées sous chargement uniaxial utilisant une machine de type Zwick/Roell de force de 50 KN de l'École nationale supérieure des Mines et métallurgie de Annaba. La charge de la machine a été fixée à  $F_0 = 0.2$  KN et la vitesse de déplacement imposée à la traverse à 0.008m/s. Les essais sont assistés par ordinateur gérant automatiquement les paramètres d'asservissement du moteur. Les résultats des grandeurs mécaniques sont enregistrés dans un fichier contenant le nombre de points, le temps, le déplacement de l'extensomètre et l'effort axial. Les éprouvettes ont été usinées au niveau de Société Nationale de Construction des Moteurs et Tracteurs (E. N. P. M. A. Unité C. M. T. de Hmimim–Khroub).

Les échantillons utilisés dans cette investigation sont de forme plate et de mêmes dimensions (voir Fig.II.10), (longueur  $L = 200$ mm, et de largeur  $b = 9.5 \pm 0.2$ mm et d'épaisseur  $e = 1.35$ mm).

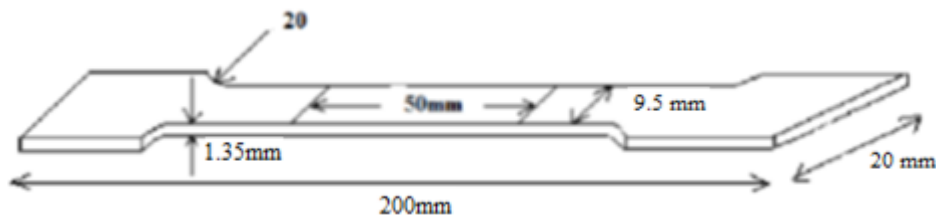


Figure II. 10:Dimensions des éprouvettes de traction normalisées.

Les éprouvettes ont été découpées selon le plan de la tôle avec un angle ( $\alpha$ ) variant de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage ( $0^\circ = DL$ ,  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ = DT$ ) et ce avec un pas de  $30^\circ, 15^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  (Fig.II.11). Le déroulement de caractérisation uniaxiale s'est déroulé en 4 taux de déformation ( $2\%, 5\%, 8\%, 12\%$ ) pour chaque direction de découpage sans pour autant atteindre la zone d'instabilité plastique afin d'assurer une déformation globale homogène.

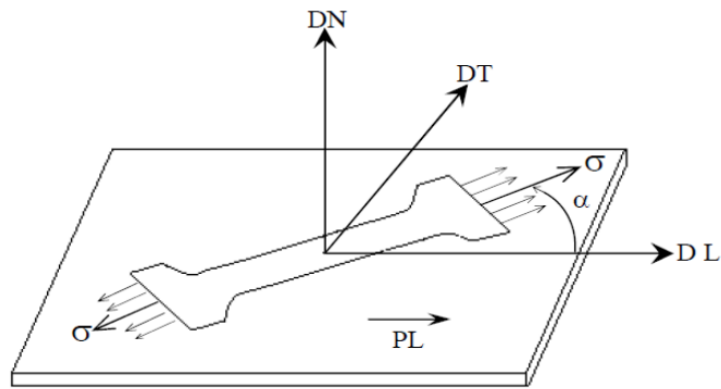


Figure II. 11: Eprouvette de traction sollicitée selon l'angle d'orientation (Direction).

Nous avons effectués les essais de traction sur la tôle brute à partir de plusieurs séries d'éprouvettes normalisées de traction réparties comme suit :

- 20 éprouvettes découpées à partir d'une tôle industrielle destinée à l'emboutissage :
- 4 échantillons selon la direction de laminage ( $0^\circ$ ).
- 4 échantillons selon la direction transversale ( $30^\circ$ ).
- 4 échantillons selon la direction longitudinale ( $45^\circ$ ).
- 4 échantillons selon la direction longitudinale ( $60^\circ$ ).
- 4 échantillons selon la direction longitudinale ( $90^\circ$ ).

Les courbes d'écrouissage expérimentales dans les différentes directions et pour les différents taux de déformation sont présentés dans les figures II.12-13.

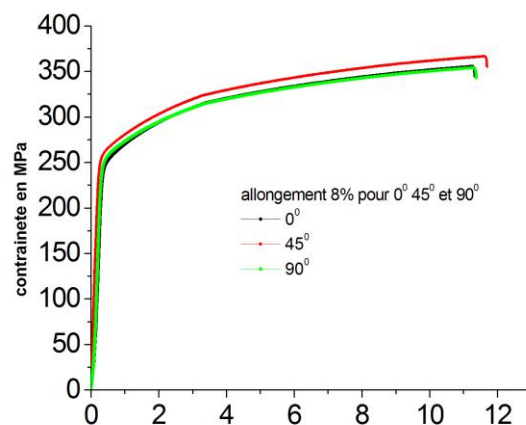


Figure II. 12: Courbe contrainte-déformation selon les différentes directions dans le plan de la tôle pour le taux déformation 8%

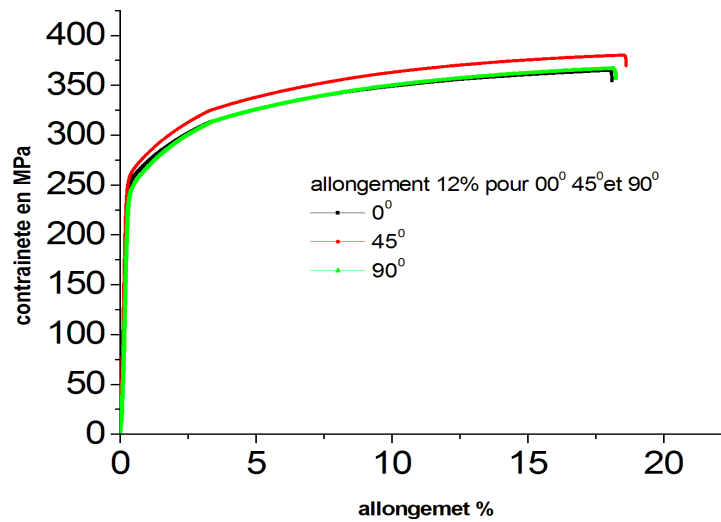


Figure II. 13: Courbe contrainte-déformation selon les différentes directions dans le plan de la tôle pour le taux déformation 12%

Le dépouillement des mesures s'est fait par le tracé des courbes contraintes en fonction de la déformation vraie  $\ln(l/l_0)$ . Le coefficient de l'anisotropie  $r(\theta)$  est alors déterminé comme étant le rapport entre les vitesses de déformation suivant la largeur et l'épaisseur de l'échantillon selon l'expression :

$$r(\theta) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = \frac{b_f - b_0/b_0}{e_f - e_0/e_0}$$

Où les  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  désignent les composantes du tenseur des vitesses de déformation telle que :

$$\varepsilon_2 = b_f - b_0/b_0, \quad \varepsilon_3 = e_f - e_0/e_0$$

Où  $(b_0, e_0)$  et  $(b_f, e_f)$  représentant respectivement les largeurs et les épaisseurs initiales et finales de la zone utile de l'éprouvette de traction ; il en est de même pour les largeurs.

Les propriétés mécaniques découlant de ce diagramme monodirectionnelles simple peuvent être exprimées au terme des grandeurs suivantes :

- La limite d'élasticité :

$$\sigma_e = \frac{F_e}{S_0}$$

- La résistance à la traction :

$$\sigma_m = \frac{F_m}{S_0}$$

- L'allongement à la rupture :

$$A = \frac{l_f - l_0}{l_0} \cdot 100$$

Avec,  $L_0$  et  $L_f$  : sont respectivement les longueurs initiale et finale.

- -La striction à la rupture en se basant sur le principe de constance du volume :

$$Z = \frac{S_0 - S_f}{S_0} \cdot 100$$

Dans cette formule,  $S_0$  et  $S_f$  sont respectivement les sections initiale et finale de l'éprouvette.

- le module de Young est représenté par la pente de la courbe dans sa partie linéaire :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

#### IV.1.1. Résultats de caractérisation expérimentale des essais de traction

Les résultats de l'essai de traction des éprouvettes prélevées sur nos tôles destinées à l'emboutissage et pour différents taux de déformation sont dressés dans les tableaux ci-dessous pour les proportions suivantes :

$$\varepsilon_1=02 \%, \quad \varepsilon_1=05 \%, \quad \varepsilon_1=08\%, \quad \varepsilon_1=12 \%$$

Telle que les taux des déformations ont été calculés en utilisant les rapports relatifs classiques suivant la longueur (l), la largeur (b) et l'épaisseur (e) de l'éprouvette en le coefficient d'anisotropie ou de Lankford  $r(\theta)$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{l_f - l_0}{l_0} \\ \varepsilon_2 = \frac{b_f - b_0}{b_0} \\ \varepsilon_3 = \frac{e_f - e_0}{e_0} \\ r(\theta) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = - \frac{\varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \end{array} \right.$$

On présente ici les différents résultats expérimentaux obtenus pour cette contribution.

	<b><math>\varepsilon_1=2\%</math></b>										
Direction (°)	L <sub>0</sub> (mm)	b <sub>0</sub> (mm)	e <sub>0</sub> (mm)	L <sub>f</sub> (mm)	b <sub>f</sub> (mm)	e <sub>f</sub> (mm)	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\sigma_m$	r(°)
0	50	9.45	1.35	51	9.25	1.35	2	-2.1	--	293.4	--
30	50	9.45	1.35	51	9.30	1.35	2	-1.6	--	301.7	--
45	50	9.45	1.35	51	9.35	1.35	2	-1.1	--	295.2	--
60	50	9.45	1.35	51	9.30	1.35	2	-1.6	--	290.1	--
90	50	9.45	1.35	51	9.25	1.35	2	-2.1	--	288.2	--

	<b><math>\varepsilon_1=5\%</math></b>										
Direction (°)	L <sub>0</sub> (mm)	b <sub>0</sub> (mm)	e <sub>0</sub> (mm)	L <sub>f</sub> (mm)	b <sub>f</sub> (mm)	e <sub>f</sub> (mm)	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\sigma_m$	r(°)
0	50	9.45	1.35	52.5	9.00	1.35	5	-4.7	--	335.7	--
30	50	9.45	1.35	52.5	9.15	1.35	5	-3.1	--	332.5	--
45	50	9.45	1.35	52.5	9.15	1.35	5	-3.1	--	313.1	--
60	50	9.45	1.35	52.5	9.10	1.35	5	-3.7	--	329.2	--
90	50	9.45	1.35	52.5	9.10	1.35	5	-3.7	--	324.2	--

		$\varepsilon_1=8\%$									
Direction (°)	$L_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$e_0$ (mm)	$L_f$ (mm)	$b_f$ (mm)	$e_f$ (mm)	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\sigma_m$	$r(^{\circ})$
0	50	9.45	1.35	54	8.900	1.3	8	-5.8	-3.7	355	1.56
30	50	9.45	1.35	54	8.925	1.3	8	-5.5	-3.7	365	1.48
45	50	9.45	1.35	54	8.920	1.3	8	-5.6	-3.7	366	1.51
60	50	9.45	1.35	54	8.92	1.3	8	-5.6	-3.7	361	1.51
90	50	9.45	1.35	54	8.90	1.3	8	-5.8	-3.7	355	1.56

		$\varepsilon_1=12\%$									
Direction (°)	$L_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$e_0$ (mm)	$L_f$ (mm)	$b_f$ (mm)	$e_f$ (mm)	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\sigma_m$	$r(^{\circ})$
0	50	9.45	1.35	56	8.70	1.3	12	-7.9	-3.7	365	2.13
30	50	9.45	1.35	56	8.85	1.3	12	-6.3	-3.7	380	1.70
45	50	9.45	1.35	56	8.80	1.3	12	-6.5	-3.7	382	1.75
60	50	9.45	1.35	56	8.70	1.3	12	-7.9	-3.7	374	2.13
90	50	9.45	1.35	56	8.70	1.3	12	-7.9	-3.7	367	2.13

## IV.2. Essai de de compression

Il existe plusieurs moyens d'obtenir ces valeurs. Nous proposons le cas le plus simple c'est l'essai de compression qui consiste à imposer une déformation en compression sur le sens de l'épaisseur à un empilement de 7 petites tôles d'acier de **10mm x 18mm**, séparées par un lubrifiant. Ici on utilise la graisse industrielle afin de minimiser le maximum du frottement et d'assurer une bonne distribution homogène de notre contrainte sur l'ensemble de la surface de l'échantillon, finalement on mesure la déformation dans l'échantillon central car il subit une grande déformation homogène et à cause de sa symétrie.

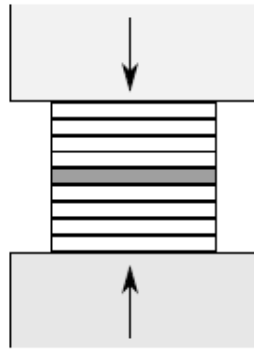


Fig.II.14. Illustration du l'essai de compression utilisé

La déformation correspondante se calcul à partir de :

$$\varepsilon_{comp} = \frac{h_0 - h_f}{h_0}$$

La contrainte vraie (rationnelle) de l'échantillon comprimée est :

$$\sigma = \frac{F}{S_0} (1 - \varepsilon_{comp})$$

Cette contrainte est équivalente à la contrainte équibi-axiale  $\sigma_b$ . Pour déterminer le coefficient d'anisotropie équibi-axial  $r_b$ , on mesure les dimensions de l'échantillon avant et après l'essai. Les déformations  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont calculées à partir des relations :

$$\varepsilon_1 = \frac{l_f - l_0}{l_0}, \quad \varepsilon_2 = \frac{b_f - b_0}{b_0}$$

Ces déformations sont nécessaires pour calculer le coefficient  $r_b$

$$r_b = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

La mesure des déformations se fait sur l'échantillon du milieu (centre) et donne les résultats suivants :

Force (KN)	L0 (mm)	l0 (mm)	S0 (mm <sup>2</sup> )	e0 (mm)	Lf (mm)	lf (mm)	ef (mm)	$\sigma_m$
96	10	18	180	1.35	11.2	20.5	1.05	358.27

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{l_f - l_0}{l_0} = \frac{11.2 - 10}{10} = 0.12 \\ \varepsilon_2 = \frac{b_f - b_0}{b_0} = \frac{20.5 - 18}{18} = 0.138 \end{cases} \Rightarrow r_b = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{0.138}{0.12} = 1.15$$

Comme la machine de compression ne donne pas la courbe de contrainte et déformation correspondante à notre essai, ce qui, rend difficile de prévoir la première contrainte d'écoulement (contrainte équibi-axiale) recherchée pour la tôle de travail.

Une réécriture du critère dans l'espace des contraintes principales en hypothèse de contraintes planes nous donne cette contrainte équibi-axiale en faisant la formulation de Hill48 dans le repère principal, en termes de coefficients de Lankford dans le plan de la tôle de la manière suivante :

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_b \text{ avec } \sigma_{12} = 0.$$

$$f(\sigma_{ij}) = (G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 = \sigma_0^2$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_0^2}{(G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 - 2H\sigma_1\sigma_2} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1 + \frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)} - \frac{2r_0}{(1+r_0)}}$$

Il sera préférable de prendre la valeur moyenne de la contrainte  $\sigma_b$  normalisée par la contrainte de référence  $\sigma_0$  dans les deux derniers taux de déformation (8% et 12%) :

$$\sigma_b = \frac{\sigma_b(8\%) + \sigma_b(12\%)}{2} = 1.2$$

Avec la valeur de coefficient  $r_b = 1.15$

## V. Application des critères anisotrope sur la tôle (RR St14-03)

Dans le but de déterminer quelques grandeurs mécaniques de l'anisotropie nous présentant le résultat de l'essai expérimental des contraintes d'écoulement pour les limites élastiques et les contraintes maximales et du coefficient d'anisotropie suivant les 3 directions nécessaires pour les deux critères de Hill48 et de Baralt Yld2000-2d. Les paramètres mécaniques ont été mesurés pour une pré-déformation de 8% et 12% successive (voir le tableau.II.5).



Tableau II. 5: Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale a déformation  $\varepsilon= 8\%$  et  $\varepsilon= 12\%$ 

Allongement (8 %)	Module de Young (GPa)	Re (0.2% offset) (MPa)	Rm (MPa)	$r$
0°	98	254	355	1.56
45°	103	263	366	1.51
90°	107	257	355	1.56

Allongement (12 %)	Module de Young (GPa)	Re (0.2% offset) (MPa)	Rm (MPa)	$r$
0°	101	258	365	2.13
45°	119	263	380	1.75
90°	99	251	367	2.13

La détermination des paramètres d'anisotropie à partir du critère de Hill48 peut être complétée moyennant les données expérimentales des contraintes ou de des coefficients de Lankford suivant les différentes directions de sollicitation en admettant ainsi que l'écroutissage du matériau est purement isotrope.

Les coefficients de Lankford sont exprimés comme suite :

$r_0 = 2.13$	$r_0 = \frac{H}{G}$
$r_{45} = 1.75$	$r_{90} = \frac{H}{F}$
$r_{90} = 2.13$	$r_{45} = \frac{N-1}{2(F+G)}$

La résolution de ces équations permet la détermination des paramètres d'anisotropie

$F = \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)}$	$G = \frac{1}{(1+r_0)}$
$H = \frac{r_0}{(1+r_0)}$	$N = \frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{2r_{90}(1+r_0)}$

La comparaison entre les deux critères d'écoulement plastiques anisotropes via la comparaison des contraintes d'écoulements et des coefficients de Lankford dans le plan du laminage suivant et hors la direction du laminage DL. Pour le calcul de des paramètres d'anisotropie pour la fonction Yld2000-2d, les contraintes équibi-axiales sont bien évidemment nécessaires. A défaut des moyens de caractérisation expérimentales, nous supposons dans cette contribution que la contraintes équibi-axiale est égale à la moyenne des deux contrainte de traction uni-axiales suivant les deux directions (DL,DT). Les entrées expérimentales(Input) des deux critères (Hill48 et Yld2000-2d) sont résumées dans le Tableau.II.6 suivant :

Tableau II. 6: Valeurs expérimentales de la contrainte d'écoulement  $\sigma(\theta)$  pour une déformation  $\epsilon = 8\%$  et  $\epsilon = 12\%$

Acier R St14-03	$\sigma_0/\sigma_u$	$\sigma_{45}/\sigma_u$	$\sigma_{90}/\sigma_u$	$\sigma_b/\sigma_u$	$r_b$
Allongement (8 %)	1	1.035	1.011	1.2	1.15

Acier RR St14-03	$\sigma_0/\sigma_u$	$\sigma_{45}/\sigma_u$	$\sigma_{90}/\sigma_u$	$\sigma_b/\sigma_u$	$r_b$
Allongement (12 %)	1	1.019	0.88	1.2	1.15

Le résultat du calcul à partir de nos données expérimentales des paramètres d'anisotrope selon les deux critères sont dressés dans le TableauII.7 suivant pour les taux de déformation 8% et 12% :

Tableau II. 7: Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés par MATLAB pour une déformation  $\epsilon = 8\%$  et  $\epsilon = 12\%$

8 %	<b>Hill48</b>	<b>F</b>		<b>G</b>		<b>H</b>		<b>N</b>	
		0.39		0.39		0.60		1.57	
	<b>YLD2000-2d</b> <b>K=6</b>	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
		1.0184	0.996	0.7175	0.9095	0.904	0.652	0.980	1.069

12 %	<b>Hill48</b>	<b>F</b>		<b>G</b>		<b>H</b>		<b>N</b>	
		0.32		0.32		0.68		1.437	
	<b>YLD2000-2d</b> <b>K=6</b>	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
		0.729	1.42	0.6153	0.948	0.930	0.625	0.9925	1.089

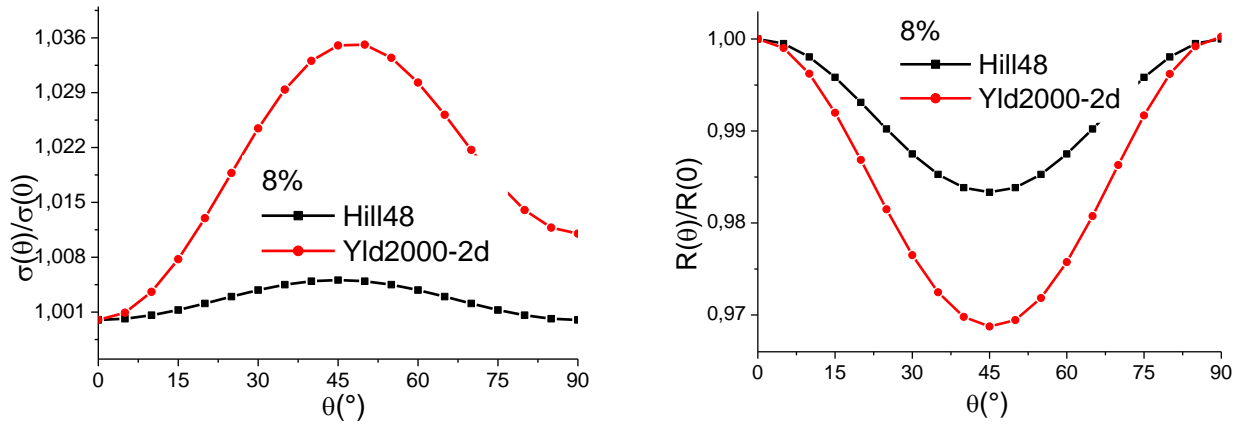


Figure II. 14 : Résultats de calcul de contrainte d’écoulement et du Coefficient d’anisotropie  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  pour un taux de 8% de déformation

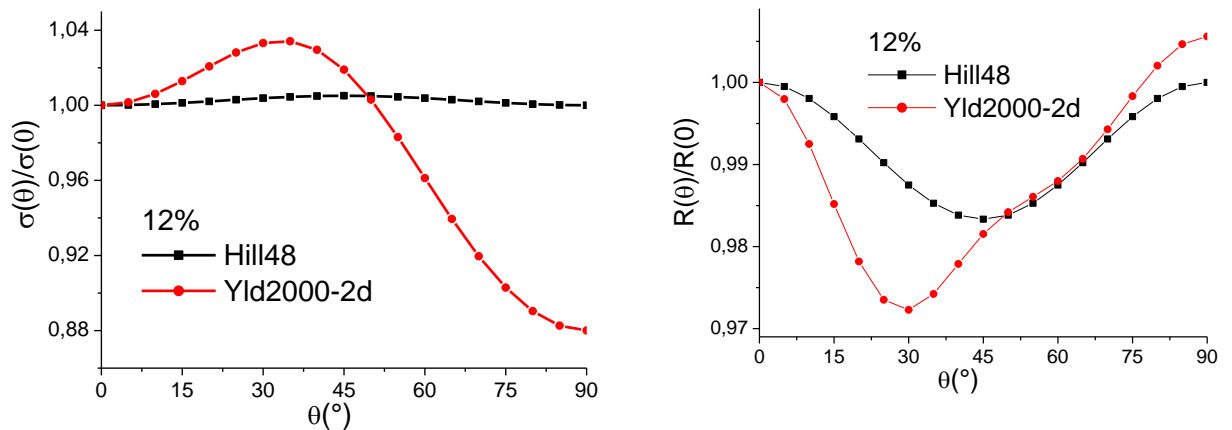


Figure II. 15: Résultats de calcul de contrainte d’écoulement et du Coefficient d’anisotropie  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  pour un taux de 12% de déformation

La première remarque que l'on peut émettre sur les figures (II.15-16) que les deux critères donnent des graphes sensiblement différents. Nous pouvons ainsi constater que l'angle de direction 45° par rapport à la direction du laminage, présente un impact très fort de l'anisotropie plastique sur le comportement global de la tôle, ceci est valable pour la répartition des contrainte d'écoulement  $\sigma(\theta)$  et le coefficient  $r(\theta)$ . Par contre l'anisotropie est plus prononcée dans la direction de 30° pour le critère d'Yld2000-2d enregistrée sur le coefficient de Lankford de 12%.

Comme constatation immédiate, on peut dire que le critère de Hill48 prévoit un comportement anisotrope plus au moins modéré, contrairement aux prévisions du celui de Yld2000-2d qui affiche une propriété anisotrope plus accentuée pour les deux paramètres mécaniques.

Suivant ces résultats, il convient de mentionner que les tôles destinées à l'emboutissage des capots et réservoir des tracteurs, doivent subir d'avantage un traitement de recristallisation adéquat, dans le but minimiser l'anisotropie.

## VI. Détermination de la contrainte d'écoulement expérimentale

Le calcul de la fonction d'érouissages  $\sigma = f(\epsilon)$ , à partir des grandeurs globales (Force-déplacement) fournies par la machine de traction, a été effectué selon l'hypothèse d'homogénéité des champs de contraintes et de déformations au niveau de la partie utile de l'éprouvette.

Les valeurs mesurées de  $\sigma(\theta)$  et de la contrainte normalisées  $\sigma(\theta)/\sigma(0)$ , selon les différentes directions dans le plan de la tôle, sont enregistrées dans le Tableau.II.8 et pour les taux de déformations les 8% et 12%).

Tableau II. 8:La contrainte normalisées , selon les différentes directions dans le plan de la tôle pour les taux de déformations les 8% et 12%.

Contrainte n	$\sigma_0/\sigma_0$	$\sigma_{30}/\sigma_0$	$\sigma_{45}/\sigma_0$	$\sigma_{60}/\sigma_0$	$\sigma_{90}/\sigma_0$
<b>8 %</b>	1	1.023	1.035	1.019	1.011
<b>12 %</b>	1	1.007	1.019	0.996	0.880

Les valeurs des coefficients de Lankford relatives à chaque angle de découpe et pour les taux de déformations les plus significatifs (8% et 12%) sont affichées dans le Tableau.II.9.

Tableau II.9:Les valeurs des coefficients de Lankford relatives pour les taux de déformations les plus significatifs (8% et 12%)

coefficients de Lankford	$r_0/r_0$	$r_{30}/r_0$	$r_{45}/r_0$	$r_{60}/r_0$	$r_{90}/r_0$
<b>8 %</b>	1	0.936	0.967	0.967	1
<b>12 %</b>	1	0.978	0.821	1	1

L'évolution des paramètres mécaniques fournie par les essais de traction en fonction de l'angle ( $\Theta$ ) est illustrée en Figures II.16, pour une déformation de 8 et 12%.

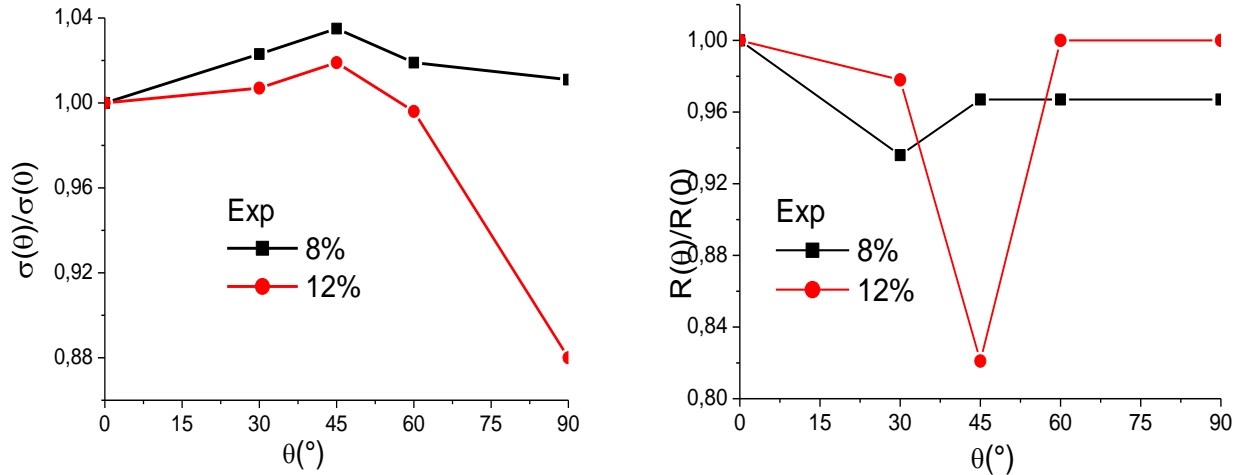


Figure II. 16: Résultats de calcul de contrainte d'écoulement et du Coefficient d'anisotropie  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  pour un taux de 8 et 12% de déformation .

Les résultats de caractérisation expérimentale sont de mêmes allures avec un écart d'intensité par rapport aux prévisions des deux modèles.

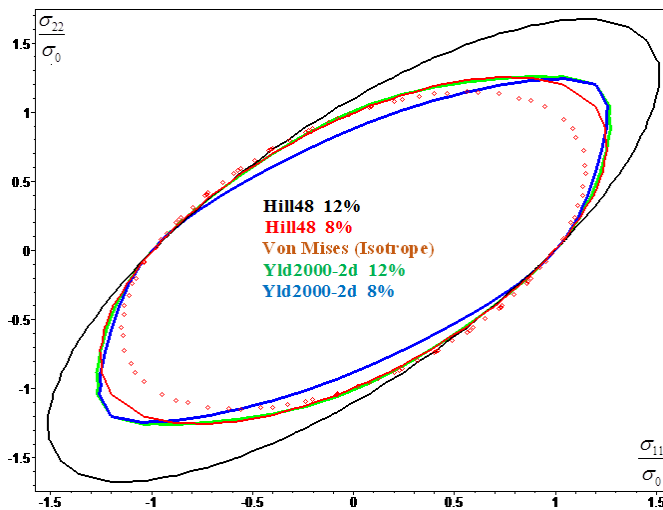


Figure II. 17: Comparaison des fonctions d'écoulement de Hill48 et Yld2000-2d pour le matériau RR St14-03

## VII. Essais de micro dureté

La mesure de dureté Vickers se fait avec une pointe pyramidale normalisée en diamant de base carrée et d'angle au sommet entre faces égal à  $136^{\circ}$ . L'empreinte a donc la forme d'un carré ; on mesure les deux diagonales  $d_1$  et  $d_2$  de ce carré à l'aide d'un appareil optique. On obtient la valeur  $d$  en effectuant la moyenne de  $d_1$  et  $d_2$ . C'est  $d$  qui sera utilisé pour le calcul de la dureté. La force et la durée de l'appui sont également normalisées.

$$HV = \frac{2F \cdot \sin(136^\circ/2)}{g \cdot d^2}$$

**HV** = Dureté Vickers

**F** = Force appliquée [N]

**d** = Moyenne des diagonales de l'empreinte [mm]

**g** = accélération terrestre [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ] (9,80665)

Pour cette raison, on se voit dans l'obligation d'effectuer une préparation superficielle de l'échantillon, en passant par polissage mécanique en effectuant un polissage préparatoire de l'échantillon sur une série de papiers garnis d'abrasifs en grain de plus fins. En passant d'un papier à un autre, on pivote l'échantillon de  $90^\circ$  afin de pouvoir observer la disparition totale des traces du polissage sur le papier précédent.

Nous avons utilisé les papiers abrasifs de diamètre suivants : 240, 320, 600, 800, 1000. Les mesures ont été effectuées en dureté Vickers, avec une charge de **100gf** pendant **10** secondes. Pour chaque état, une dizaine de mesures ont été réalisées pour apprécier le durcissement moyen de la tôle.



Figure II. 18: Schéma de la machine de micro dureté (INNOVA Test)

## VII.1. Résultats de la micro dureté Vickers HV

Du point de vue scientifique, on peut séparer les essais de dureté des essais de micro dureté par le fait que les premiers intéressent un nombre quelquefois très important de grains de métal, alors que les seconds sont destinés en principe à définir les propriétés à l'intérieur des grains soit de la matrice, soit de ses divers constituants.

La première étape avant un test de dureté consiste à traiter l'échantillon de manière à permettre une bonne visibilité des résultats. Ainsi, on commence à polir l'échantillon. Pour cela, nous avons utilisé des papiers de verre d'un grain allant de 800 jusqu'au plus fin, afin de poncer les défauts initiaux du matériau.

## VII.2. Expérience

Un test de dureté permet de savoir si un matériau est dur ou mou. Pour cela, on va définir sa dureté grâce à la pénétration d'un poinçon dans une surface plane du matériau considéré. Dans notre cas, la micro dureté consiste à appliquer une charge dont la valeur est contrôlée par un système de ressort à lecteur optique elle est appliquée sur un pénétrateur en diamant de forme pyramidale. La dimension des empreintes réalisées est mesurée à l'aide d'un microscope optique. On a effectués l'essai de micro dureté sur nos échantillons au niveau de laboratoire de l'école à l'aide d'une micro Duro mètre type CYBER, utilisant une charge de 100 gf. Le temps d'application de la charge depuis le début jusqu'à l'atteinte de la charge d'essai, est de 10 secondes. L'essai a été réalisé 12 fois pour chaque échantillon pour une meilleure reproductibilité des résultats obtenus.

Tableau II.10. Résultats des essais de micro dureté sur différents direction

Direction (°)	00	30	45	60	90
Essai 1 (HV)	124.9	139.9	149.8	153.9	135.6
Essai 2 (HV)	139.7	138.7	171.4	146.3	148.3
Essai 3 (HV)	137.1	139.6	153.3	142.3	132.3
Essai 4 (HV)	128.1	132.0	171.5	138.4	129.2
Essai 5 (HV)	139.7	133.3	175.5	135.5	132.4
Essai 6 (HV)	141.5	138.7	170.2	137.2	126.6
Essai 7 (HV)	122.8	144.6	175.5	142.1	133.6

Essai 8 (HV)	131.3	137.9	170.4	133.7	129.8
Essai 9 (HV)	135.3	138.6	159.8	136.5	130.5
Essai 10 (HV)	123.4	136.3	156.7	143.2	129.3
Essai 11 (HV)	108.5	134.4	172.8	146.8	127.7
Essai 12 (HV)	116.1	147.8	141.3	138.6	128.6
Moy (HV)	129.9	139.4	162.53	140.75	131.5

L'évolution des résultats de la micro dureté Vickers HV fournie par les essais de micro dureté en fonction de l'angle ( $\Theta$ ) est illustrée en (Figures II. 19 et 20)

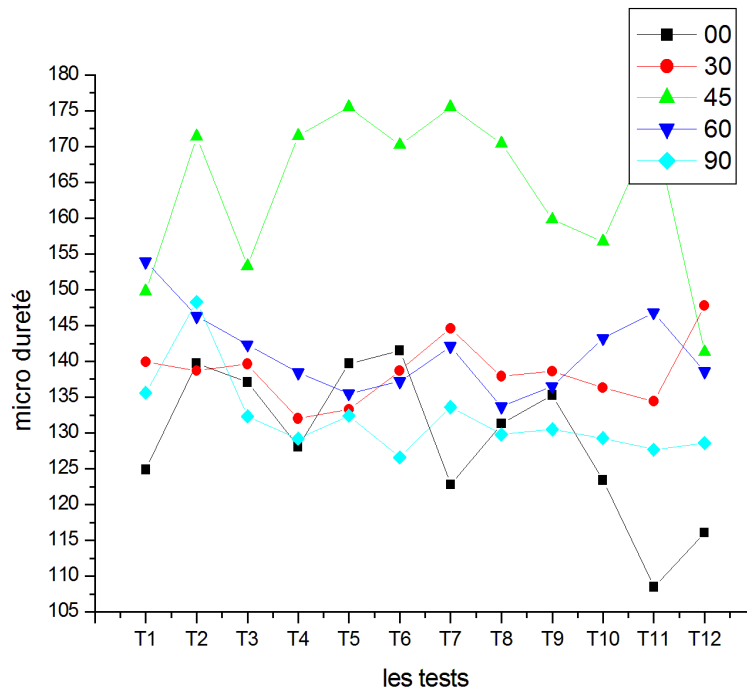


Figure II. 19: Résultats des tests de micro dureté en fonction l'angle de l'orientation



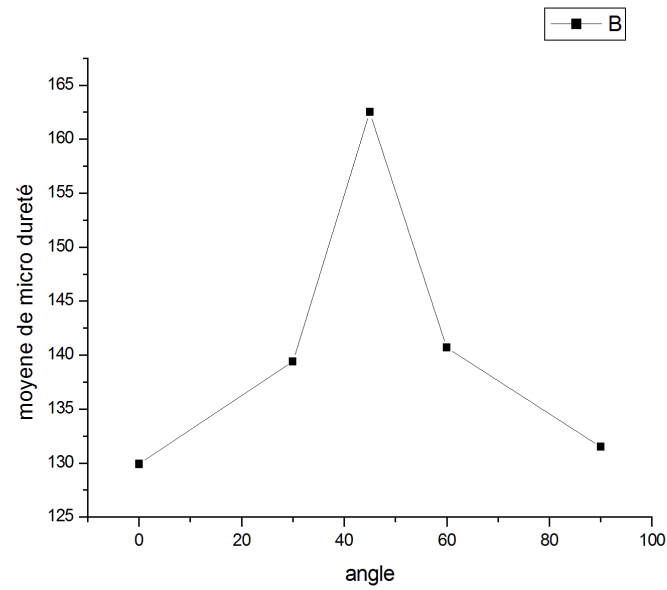


Figure II. 20:Résultats de micro dureté moyenne des tests en fonctions l’angle de rotation

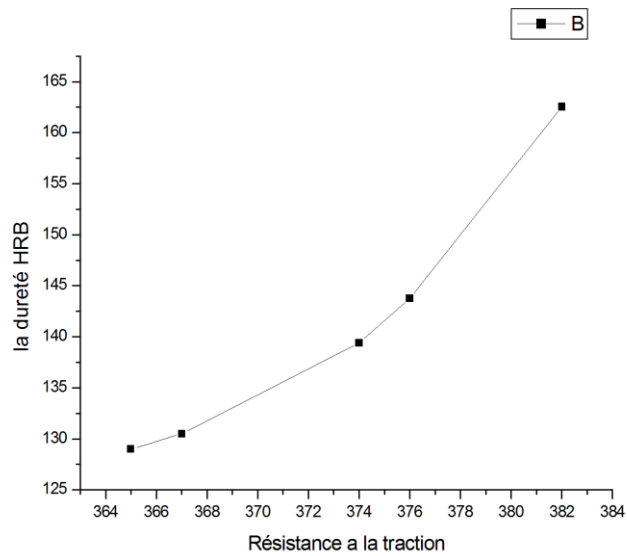


Figure II. 21:Relation entre la dureté et la résistance à la traction de la tôle lamines

La courbe sous forme droite  $Y=A*X$

$$A=162.2/382=0.42$$

$$HB=0.42*R \text{ traction}$$

### VII.3. Correspondance entre mesures de dureté

Il existe des corrélations empiriques entre la dureté et la résistance à la traction «  $\sigma_{\max}$  ».

La (fig.II.22) présente une telle relation établie pour les aciers au carbone et les aciers faiblement alliés ; ce sont d'ailleurs à peu près les seuls alliages pour lesquels on a pu établir une telle relation. [20]

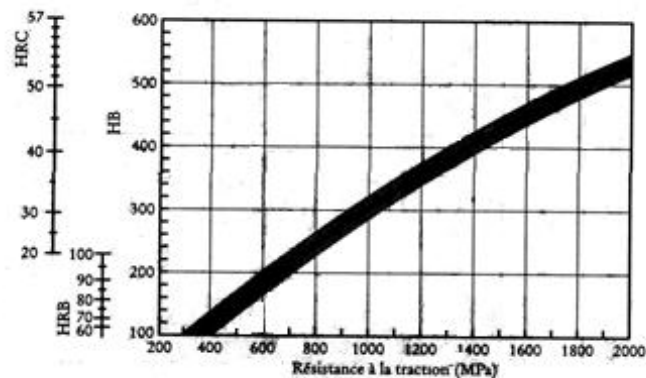


Figure II. 22:Relation empirique entre la dureté et la résistance à la traction des aciers au carbone et des aciers Faiblement alliés. [20]

### VII.4. Interprétation

Nous découpons (05) échantillons dans le plan de la tôle suivant différentes directions  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  par rapport à celle du laminage (direction prise comme référence). Pour assurer la reproductibilité des résultats d'indentation, chaque direction est testée en dureté plusieurs fois (exactement 12 fois, voir figure II.19). L'analyse des tests moyens sur chaque orientation est présentée sur la figure (II.20) et on voit bien que la valeur de mesure de la résistance du matériau à la pénétration par essai de dureté la plus maximale est enregistrée suivant la direction  $45^\circ$ . Ce profil de répartition des duretés dans le plan de la tôle est de même allure que les résultats des contraintes d'écoulement enregistrées sur les figures II.14.15.16.

La tendance presque linéaire de la dureté et la résistance à la traction «  $\sigma_{\max}$  » constaté sur nos calculs donne une lecture plus claire de coïncidence de nos résultats avec ceux empiriques (FigureII.22).

---

# Conclusion Générale

---

## CONCLUSION GENERALE

Le travail qu'on a mené durant cette contribution est focalisé sur l'étude d'anisotropie plastique constatée sur les produits plats (les tôles laminées) destinées la fabrication des capots des tracteurs au niveau de l'Usine ETRAG de Constantine. Pour une modélisation bien maîtrisée, on a proposé de s'en sortir de « l'enclume des critères de type quadratique » et de proposer une étude complémentaire basée sur l'utilisation des critères non quadratiques récents et comparer les résultats trouvés avec les résultats expérimentaux. D'abord après un développement mathématique des critères (Hill 1948 et Yld2000-2d) par la suite, on passe à la comparaison avec les résultats trouvés dans la littérature sur les courbes des propriétés mécaniques à savoir les contraintes d'écoulement et le coefficient d'anisotropies. Les résultats de comparaison graphiques obtenus, nous semblent très cohérents avec des tôles pareilles trouvées dans d'autres laboratoires.

Pour le critère de F. Barlat Yld2000-2d On peut identifier les huit (8) anisotropes de la tôle  $C'_{11}$ ,  $C'_{22}$ ,  $C'_{66}$ ,  $C''_{11}$ ,  $C''_{12}$ ,  $C''_{21}$ ,  $C''_{22}$  et  $C''_{66}$  à partir des contraintes  $\sigma_0$ ,  $\sigma_{45}$ ,  $\sigma_{90}$ , et  $\sigma_b$  plus les paramètres d'anisotropies  $R_0$ ,  $R_{45}$ ,  $R_{90}$  et le coefficient d'anisotropie la traction biaxiale ( $\sigma_{11} = \sigma_{22}$ ) dans le plan de la tôle du laminage  $R_b = \varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ . Utilisant l'algorithme numérique de type Newton-Raphson ou autre (la commande fsolve du matlab par exemple) pour résoudre un système non linéaire de huit équations avec une solution de initiale  $\alpha_0$  de convergence à fin d'identifier paramètres anisotrope  $\alpha$  du critère, puis par récurrence on trouve  $C'$  et  $C''$ .

Pour la partie expérimentale de cette contribution on a effectué deux expériences :

### 1. Essais de traction uniaxiale :

Les éprouvettes ont été découpées selon le plan de la tôle avec un angle ( $\alpha$ ) par rapport à la direction de laminage ( $0^\circ=DL$ ,  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ=DT$ ). Le déroulement de caractérisation uniaxiale s'est déroulé en 4 taux de déformation (2%, 5%, 8%, 12%) pour chaque direction de découpage sans pour autant atteindre la zone d'instabilité plastique afin d'assurer une déformation globale homogène. Malheureusement les seuls essais retenus sont ceux de 8 et 12%.

### 2. Essais de compression uni axial :

L'essai consiste à imposer une déformation en compression sur le sens de l'épaisseur à un empilement de 7 petites tôles d'acier séparées par un lubrifiant. Ici on utilise la graisse industrielle. L'essai nous permis d'évaluer expérimentalement la contrainte équi-biaxiale  $\sigma_b$  et le coefficient d'anisotropie correspond  $r_b$ .

### **3. les essais de dureté Vickers :**

Pour analyser la tendance des variations de la résistance de traction maximale avec l'allure de la variation de la dureté dans le plan de la tôle et on effectue des essais de dureté de (05) échantillons dans le plan de la tôle suivant différentes directions  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  par rapport à celle du laminage (direction prise comme référence).

Nous concluons que les deux grandeurs mécaniques ont la même allure est le maximum est enregistré sur l'angle de  $45^\circ$ .

La relation est presque entre la dureté et la résistance à la traction «  $\sigma_{\max}$  » et on n'est pas loin de la prévision empirique.

Le travail sera poursuivi par une simulation dans un logiciel de modélisation basé sur le principe des éléments finis comme : Abaqus, Castem, ...

v



# Références bibliographiques



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]: **Sami. ABDELKHALEK**, “Un exemple de flambage sous contraintes internes : Étude des défauts de planéité en laminage à froid des tôles mince”. 19 octobre 2010.
- [2]: **G. Béranger, G. Henry, G. Sanz**, “Le livre de l’acier”. Eds Lavoisier Paris, 1996.
- [3]: **C. Bataille**, “Laminage des produits longs-Définitions et paramètres”. Techniques de l’ingénieur, M7900, 2003.
- [4]: **P. Fabrègue**, “Métallurgie du laminage à chaud, Techniques de l’ingénieur. M7860, 2000.
- [5]: **J. Farhi**, “Coulée continue de l’acier. Généralités. Données physiques et métallurgiques”. Techniques de l’ingénieur. M 7 810, 1989.
- [6]: **F. Montheillet et L. Briottet**, “Endommagement et ductilité en mise en forme”. Techniques de l’ingénieur, Vol M3 032, pp. 1-19, 1998.
- [7]: **H. Bunge et C. Esling**, “Texture et anisotropie des matériaux”. Techniques de l’Ingénieur, vol. M605, 1997.
- [8]: **P. Montmitonnet**, “Laminage -Objectifs et modélisation-”. Techniques de l’Ingénieur, M3065 (2002).
- [9]: **A. Col**, “Emboutissage des tôles-aspect mécaniques”. Technique de l’Ingénieur, BM7511:19, 2002.
- [10]: **E. Felder**, “Tribologie de l’emboutissage”. Technique de l’Ingénieur, B7535:1\_33, 1994.
- [11]: **Abdeljalil. NADY**. “Caractérisation par diffraction des neutrons et rayonnement synchrotron de revêtement épais à base de cobalt obtenu par le procédé plasma à arc transféré”. 8 Décembre.
- [12]: **Saâd. JAKANI**, “Effet des impuretés sur les mécanismes de recristallisation du cuivre tréfilé”. 15 décembre 2004.
- [13]: **H.J. Bunge**, “Zeitschrift für Metallkunde”. Vol. 56, p. 824 (1982).
- [14]: Hill, R., 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proceedings of the Royal Society of London A 193, 281–297.
- [15]: Kawka, M., Makinouchi, A., 1996. Plastic anisotropy in FEM analysis using degenerated solid element. Journal of Materials Processing Technology 60, 239–242.
- [16]: Cazacu, O., Barlat, F., 2001. Generalization of Drucker’s yield criterion to orthotropy. Mathematics and Mechanics of Solids 6, 613–630.
- [17]: Barlat, F., Brem, J.C., Yoon, J.W., Chung, K., Dick, R.E., Choi, S.-H., Pourboghrat, F., Chu, E., Lege, D.J., 2003. Plane stress yield function for aluminium alloy sheets – part 1: theory. International Journal of Plasticity 19, 1297–1319.

## BIBLIOGRAPHIE

**[18]:** Fahrettin Ozturk, Serkan Toros, Suleyman Kilic “Effects of anisotropic yield functions on prediction of forming limit diagrams of DP600 advanced high strength steel” 11th International Conference on Technology of Plasticity, ICTP 2014, 19-24 October 2014, Nagoya Congress Center, Nagoya, Japan

**[19]:** Taejoon Park, Kwansoo Chung «Non-associated flow rule with symmetric stiffness modulus for isotropic-kinematic hardening and its application for earing in circular cup drawing » International Journal of Solids and Structures 49 (2012) 3582–3593.

**[20] :** Mme S. Lemboub, Mme L. Kahloul « Manuel de TP de dureté : École nationale des mines et de métallurgie de Annaba ».