

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES ET METALLURGIE**

**ENSMM-annaba-**



**DÉPARTEMENT SCIENCE ET GÉNIE DES MATÉRIAUX**

**Mémoire de fin d'études**

**MASTER: Ingénierie des Surfaces**

**THEME :**  
**MODULATION DU COMPORTEMENT**  
**ANISOTROPIE DES TOLES LAMINES PAR**  
**BARLAT –YLD2000-2D ET HILL(1948)**

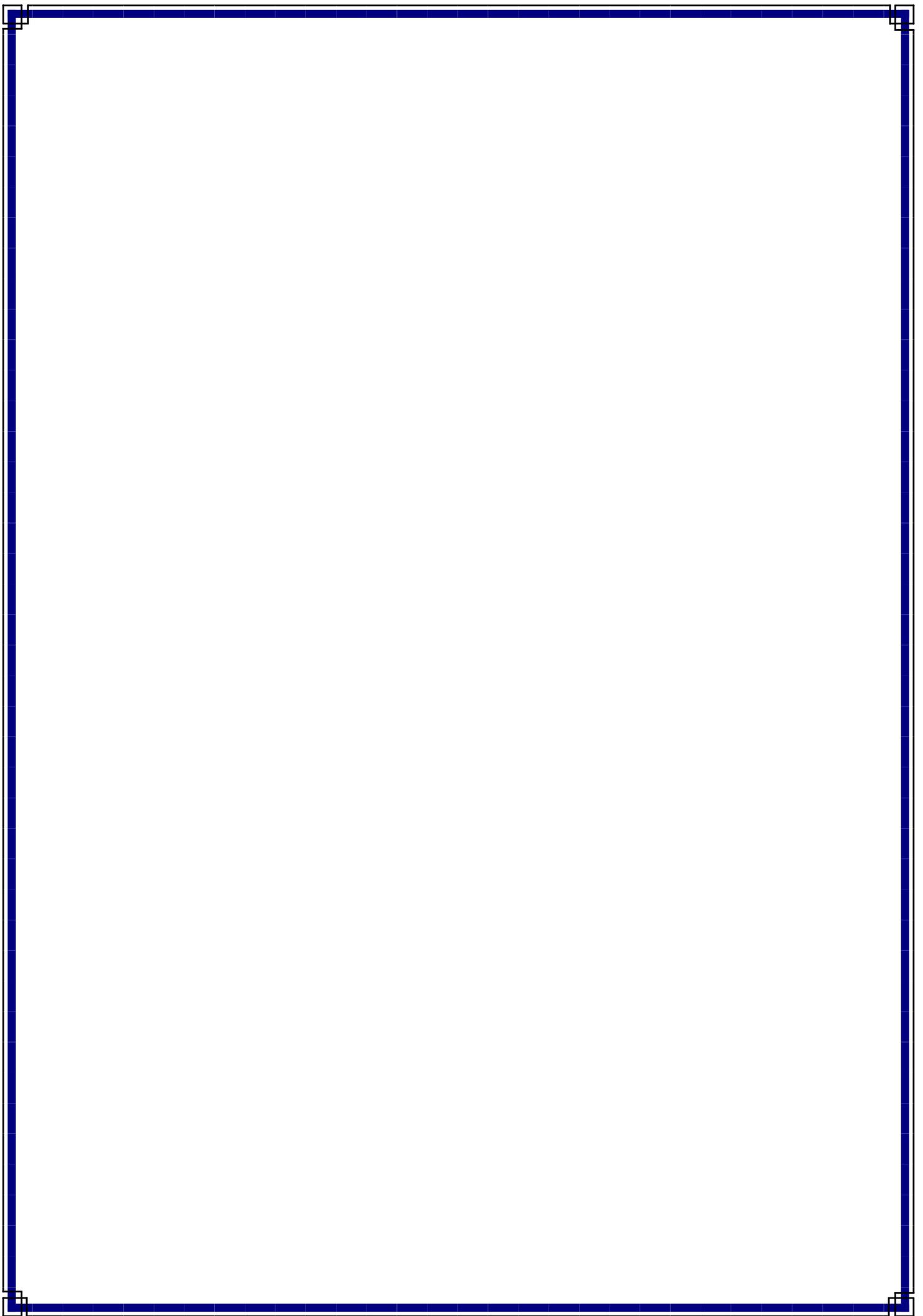
**Présenté(e) par : - Mr. LEBSIR Bessam**

**Encadré(e) par : - Dr. CHAHAOUI Walid**

**Membres du jury :-Dr.BELHANI Mahdi**  
**-Dr. MATOUGHI Nedjoud**

**Président**  
**Rapporteur**

**Juin 2016**



# *Remerciement*

Avant de commencer la présentation de ce travail, je profite l'occasion pour remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'études.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements pour mon grand et respectueux docteur, Mr.Chahaoui d'avoir accepté de m'encadrer pour mon projet de fin d'études, ainsi que pour son soutien, ses remarques pertinentes et son encouragement.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et toutes mes pensées de gratitude à Dr.MATOUGUI. qui m'ont accompagné de près durant tout ce travail, pour leurs disponibilité, pour la confiance qu'ils ont su m'accorder et les conseils précieux qu'ils m'ont prodigués tout au long de la réalisation de ce projet.

*Bessam*

## *Dédicaces*

Que ce travail témoigne de mes respects :

A mes parents :

Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de mes études. Aucune dédicace ne pourrait exprimer mon respect, ma considération et mes profonds sentiments envers eux. Je prie le bon Dieu de les bénir, de veiller sur eux, en espérant qu'ils seront toujours fiers de moi.

A mes frères et mes sœurs.

Ils vont trouver ici l'expression de mes sentiments de respect et de reconnaissance pour le soutien qu'ils n'ont cessé de me porter.

A tous mes professeurs :

Leur générosité et leur soutien m'oblige de leurs témoigner mon profond respect et ma loyale considération.

A tous mes amis et mes collègues :

Ils vont trouver ici le témoignage d'une fidélité et d'une amitié infinie.

*Bessam*

TABLE DES MATIERES	page
Dédicace .....	01
Remerciements .....	02
Table des matières .....	03
Listes des figures et tableaux .....	04
Liste des tableaux.....	05
Résumé .....	06
Introduction générale.....	07

## Démarche. I

<b>I.</b> Comparaison avec travaux antérieurs .....	08
<b>I.1.</b> Comparaison avec travail présenté par <b>Fahrettin Ozturk</b> .....	09
<b>I.2.</b> Comparaison avec travail présenté ici est celui de <b>Taejoon Park</b> .....	10
<b>I.3.</b> Comparaison avec travail présenté par <b>Jeong-Whan Yoon</b> .....	12
<b>I.4.</b> Comparaison avec travail présenté par <b>Philip Raoul Peters</b> .....	14
<b>I.5.</b> Comparaison avec L'étude est faite par <b>Daeyong kim</b> .....	15

## Démarche. II

<b>II.1.</b> Traction uni-axiale.....	17
<b>II.1.</b> Traction orthogonale.....	18
<b>II.2.</b> Traction équibi-axiale.....	16
<b>II.3.</b> Traction plane.....	19
<b>Conclusion générale</b> .....	22
<b>Références bibliographiques</b> .....	23

## Listes des figures

page

Figure.I.1.Comparaison avec la les proprietes mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modeles sur d'Acier de type 'DP600' .....	10
Figure.I. 2 .Comparaison avec la les proprietes mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modeles sur les tôles d'Aluminium de nuance AA2090-T3.....	11
Figure. I.3 .Comparaison avec la les proprietes mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modeles sur des tôle d'Aluminium de type Al-5 wt.% Mg.....	13
Figure.I.4 .Comparaison avec la les proprietes mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modeles sur tôle d'Acier de type DC05 avec Hill48.....	14
Figure.I. 5 .Comparaison avec la les proprietes mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modeles sur tôle d'Acier de type DC05 avac barlat yld2000-2d.....	15
Figure.I.6 .Comparaison avec la les proprietes mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ trouvées dans la bibliographie et nos modeles sur tôle d'Acier biphasé.....	16
Figure.II.1. Eprouvette de traction uni axiale.....	17
Figure.II.2. Machine de traction bi-axiale.....	18
Figure.II.3: Eprouvette large de traction plane.....	19
Figure. II.4.Influence de la géometrie de l'éprouvette sur les proprietes mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ .....	21

<b>Liste des tableaux</b>	<b>page</b>
Tableau I.1 Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale de la tôle étudiée.....	09
Tableau I.2.Paramètres d’anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature.....	09
Tableau I.3.Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équibi-axiale de la tôle étudiée.....	10
Tableau I.4.Paramètres d’anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature .....	11
Tableau I.5 : Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équibi-axiale de la tôle Etudiée.....	12
Tableau I.6. : Paramètres d’anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature .....	12
Tableau I.7 : Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équibi-axiale sur la tôle de nuance Al–DC05.....	13
Tableau I.8.Paramètres d’anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature .....	14
Tableau I.9 Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équibi-axiale sur la tôle d’Acier biphasé.....	15
Tableau I.10 Paramètres d’anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature.....	16

## Résumé

Dans cette courte étude, on a survolé la littérature en comparant les résultats de caractérisation mécanique des tôles laminés des différentes nuances développés dans (05) différents articles avec les nôtres à savoir que le critère de Hill48 et le critère non quadratique de F. Barlat 2000. Nos développements mathématiques sont validés avec précision.

Le deuxième volet est de tester l'impact des géométries des éprouvettes sur la caractérisation mécanique de l'anisotropie plastique des tôles laminées.

**Mots-clés** : Anisotropie plastique, Hill48 quadratique, critère non quadratique de Barlat d'Yld2000-2d, Modélisation mécanique de l'anisotropie.

## Abstract

In this short study we flow by literature, comparing the results of mechanical characterization of laminated sheets of different shades taken from (05) five different articles with ours passing by the criterion of Hill48 and non-quadratic criterion F. Barlat 2000. Our mathematical developments are validated with precision.

The second component is to test the impact of the specimen's geometry on the mechanical characterization of the plastic anisotropy of the laminated sheets.

## Key words:

Plastic anisotropy, Hill48 Quadratic, Non-quadratic criterion of Barlat Yld2000-2d, mechanic modelization of anisotropy.

## ملخص:

في هذه الدراسة القصيرة، قمنا بتجاوز الأدبيات من خلال مقارنة نتائج تحديد الخواص الميكانيكية للصفائح المضغوطة لدرجات مختلفة مذكورة ومفصلة في خمسة مقالات مع التي قمنا نحن بإجرائها من خلال معيار هيل 48 والمعيار غير التربيعي بارلات 2000 وقد تم التحقق من صحة النتائج الرياضية بدقة.

أما العنصر الثاني فتمثل في اختبار تأثير هندسة العينات على عملية تحديد الخواص الميكانيكية للتباين البلاستيكي للصفائح المضغوطة.

## الكلمات المفتاحية:

تباين بلاستيكي، هيل 48 التربيعي، بارلات 2000 غير التربيعي، تحديد الخواص الميكانيكية للتباين البلاستيكي.

## Introduction générale

La mise en forme des produits plats connaît des considérables évolutions et des développements ces dernières années à cause des gigantesques progrès en informatique, notamment dans les codes de calculs, ce qui réduit la durée d'estimation ainsi que le coût du calcul en termes de temps. La forte demande de industriels sur les tôles laminées (de différentes nuances) ainsi leurs sévères exigences techniques, nous pousse en tant que chercheurs de voir de près leurs dolences, en étudiant les caractéristiques mécaniques et physiques et leurs relations avec le monde industriel.

Des besoins toujours plus diversifiés imposent aux industriels une connaissance et une compréhension accrues du comportement de ces matériaux. Parmi ces matériaux, nous nous attachons dans ce travail aux aciers faiblement alliés. L'étude expérimentale complexe du comportement des matériaux anisotropes lors de la mise en forme, demande un temps de préparation et des moyens souvent très coûteux. Ainsi, les industriels font de plus en plus appel aux simulations numériques en se tournant vers l'implantation numérique, dans un code de calcul par éléments finis, de modèles caractérisant de mieux en mieux le comportement du matériau.

Dans le but de caractériser au mieux le comportement des matériaux métalliques, nous cherchons à identifier une large classe de fonctions plastiques. Pour arriver à cela on propose deux démarches d'études.

### *Démarche1 :*

En effet, en premier temps, nous disposons d'une large classe de fonctions plastiques, isotrope (**von Mises**), non isotrope (orthotrope) de type quadratique **de Hill'48** ainsi que les potentiels non quadratiques **de Barlat (YLD2000-2d)**. L'objectif de cette partie est de comparer les résultats de nos développements des deux fonctions de (Hill48 et Yld2000-2d) avec d'autres études de recherche antérieures sur les métaux

### *Démarche2 :*

Par la suite, nous proposons une étude comparative entre quatre logiques de caractérisation complètement différentes pour cette tôle homogène (traction uni-axiale, orthogonale, éqibi-axiale et celle plane) et de voir les différentes sensibilités de caractérisation quant au changement de la géométrie de nos éprouvettes et par rapport aux directions de sollicitations. Les résultats, inhérents à ces essais de traction réalisés, serviront de base pour la prédiction de l'anisotropie mécanique globale du matériau pour en déduire enfin les grandeurs mécaniques correspondantes.

## I-Comparaison avec travaux antérieurs

Avant de passer à l'examen de simulation mécanique de nos formalismes mathématiques développés pour les deux fonctions de deux critères à savoir Hill48 et Yld2000-2d et de tester la concordance des résultats de nos développements avec d'autres études de recherche antérieurs sur les métaux (*cc* : Aciers aux carbone, *cfc* : Aluminium), en comparant plus précisément les deux paramètres anisotropes telle que : la contrainte d'écoulement  $\sigma(\theta)$  et le coefficient de Lankford  $r(\theta)$ . Plusieurs cas de figures sont présentés pour l'analyse de l'anisotropie de différentes nuances des tôles homogènes.

La détermination des paramètres d'anisotropie à partir du critère de Hill48 peut être complétée moyennant les données expérimentales des contraintes ou de des coefficients de Lankford suivant les différentes directions de sollicitation en admettant ainsi que l'écroutissage du matériau est purement isotrope.

Les coefficients de Lankford sont exprimés comme suite :

$r_0 = \frac{H}{G}$
$r_{90} = \frac{H}{F}$
$r_{45} = \frac{N-1}{2(F+G)}$

La résolution de ces équations permet la détermination des paramètres d'anisotropie

$F = \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)}$	$G = \frac{1}{(1+r_0)}$
$H = \frac{r_0}{(1+r_0)}$	$N = \frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{2r_{90}(1+r_0)}$

Les huit(8) paramètres anisotropie  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8$  de Barlat Yld2000-2d, peuvent être identifiés à partir des caractérisations mécaniques de huit essais tractions uni-axiales et bi axiales.

Utilisant l'algorithme numérique de type *Newton-Raphson* pour résoudre un système non linéaire de huit équations avec une solution initiale  $\alpha_0$  comme donnée initiale de convergence.

Des courbes caractérisées par un essai de traction uni-axiale obtenues pour la contrainte d'écoulement et le coefficient de Lankford traduisant la réponse mécanique aux paramètres cités dans les tableaux suivants.

### I.1. Comparaison avec travail présenté par Fahrettin Ozturk.

Le premier travail présenté ici est celui de *Fahrettin Ozturk* [1], sur les tôles des aciers faiblement alliés de Dual phase DP600 sollicités uni-axialement jusqu'à 15 % avec l'hypothèse fait sur la contrainte équi-biaxiale est égale à celles de direction de laminage et de direction transverse en supposant que  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_b$  comme indiquer dans le **Tableau.1** suivant.

**Tableau.1** Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale de la tôle étudiée.

Direction	Rm (MPa)	r	Coefficient D'écrouissage	Constante (k)
Rolling direction (RD) (0°)	355	0.89	0.194	979.46
Diagonal direction (DD) (0°)	362	0.85		
Transverse direction (TD) (0°)	341	1.12		

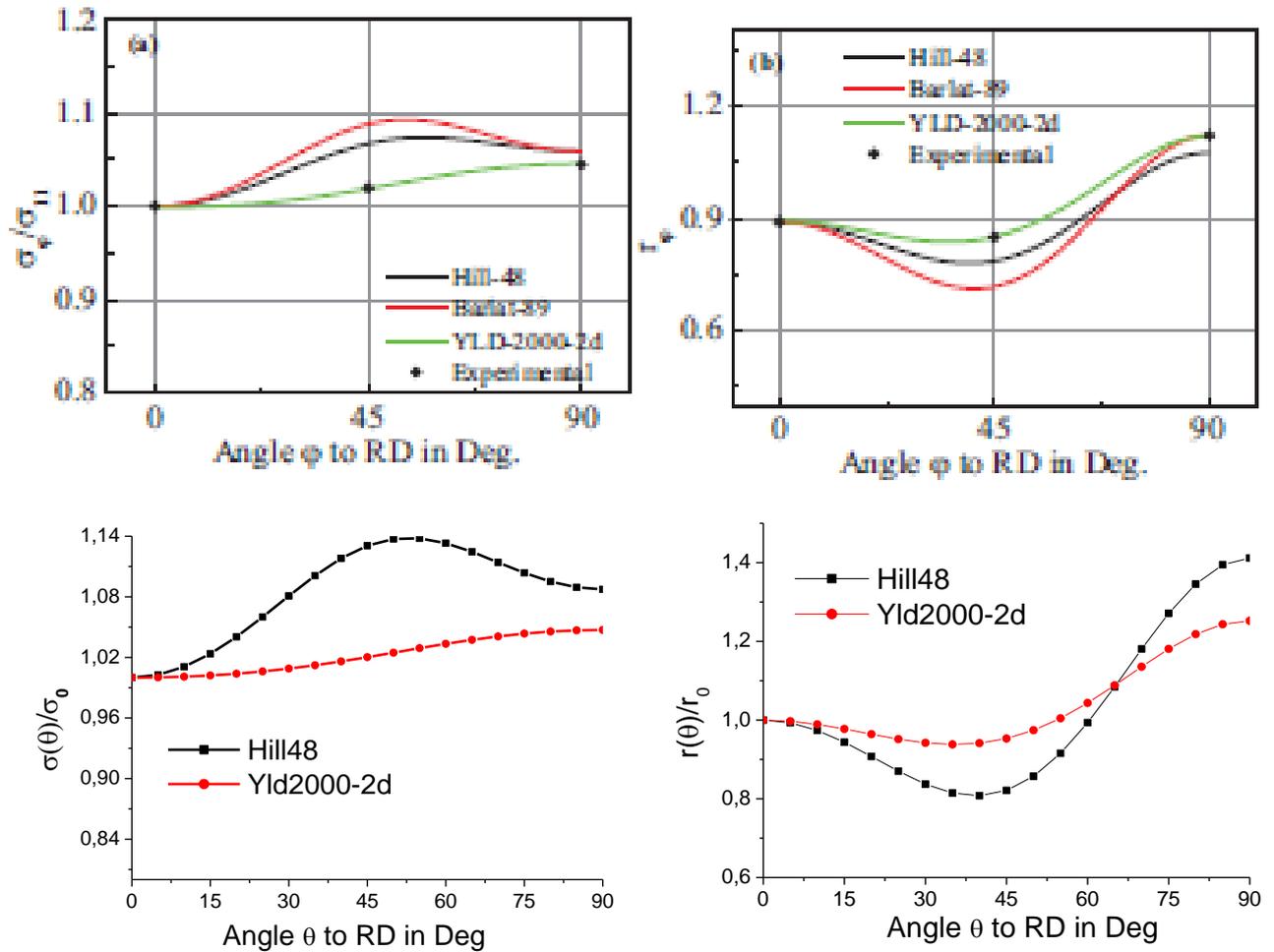
**Tableau.1** Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale de la tôle étudiée.

L'identification des paramètres d'anisotropie nécessaires pour la prévision du comportement plastique anisotrope de la tôle étudiée sont présentés dans le **Tableau 2**.

**Tableau 2.** Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature.

		Hill48		F		G		H		N	
Tôle 1 DP600		0.374		0.5291		0.470		1.1125			
		8				8					
	YLD2000-2d K=6	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$		
		1.011	0.964	1.1910	0.9950	1.010	1.0180	0.9770	0.9350		

**Tôle 1 : tôle d'Acier de type 'DP600'**



**Fig.I.1.** Comparaison avec la les proprietes mecaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvees dans la bibliographie et nos modeles sur d'Acier de type 'DP600'

**I.2. Comparaison avec travail presenté ici est celui de Taejoon Park.**

Le travail suivant est mené par **Taejoon Park** [2], sur les tôles d'Aluminium de nuance AA2090-T3 d'une épaisseur de 1.6 mm, sollicités uniaxialement suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage comme indiquer dans le **Tableau.3** suivant.

**Tableau.3.** Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équi-bi-axiale de la tôle étudiée

Contrainte $\sigma / \sigma_0$	$\sigma_0 / \sigma_0$	$\sigma_{15} / \sigma_0$	$\sigma_{30} / \sigma_0$	$\sigma_{45} / \sigma_0$	$\sigma_{60} / \sigma_0$	$\sigma_{75} / \sigma_0$	$\sigma_{90} / \sigma_0$	$\sigma_b / \sigma_0$
		1	0.9605	0.9102	0.8114	0.8096	0.8815	0.9102
<b>r</b>	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$	$r_b$
	0.2115	0.3269	0.6923	1.5769	1.0385	0.5384	0.6923	0.67

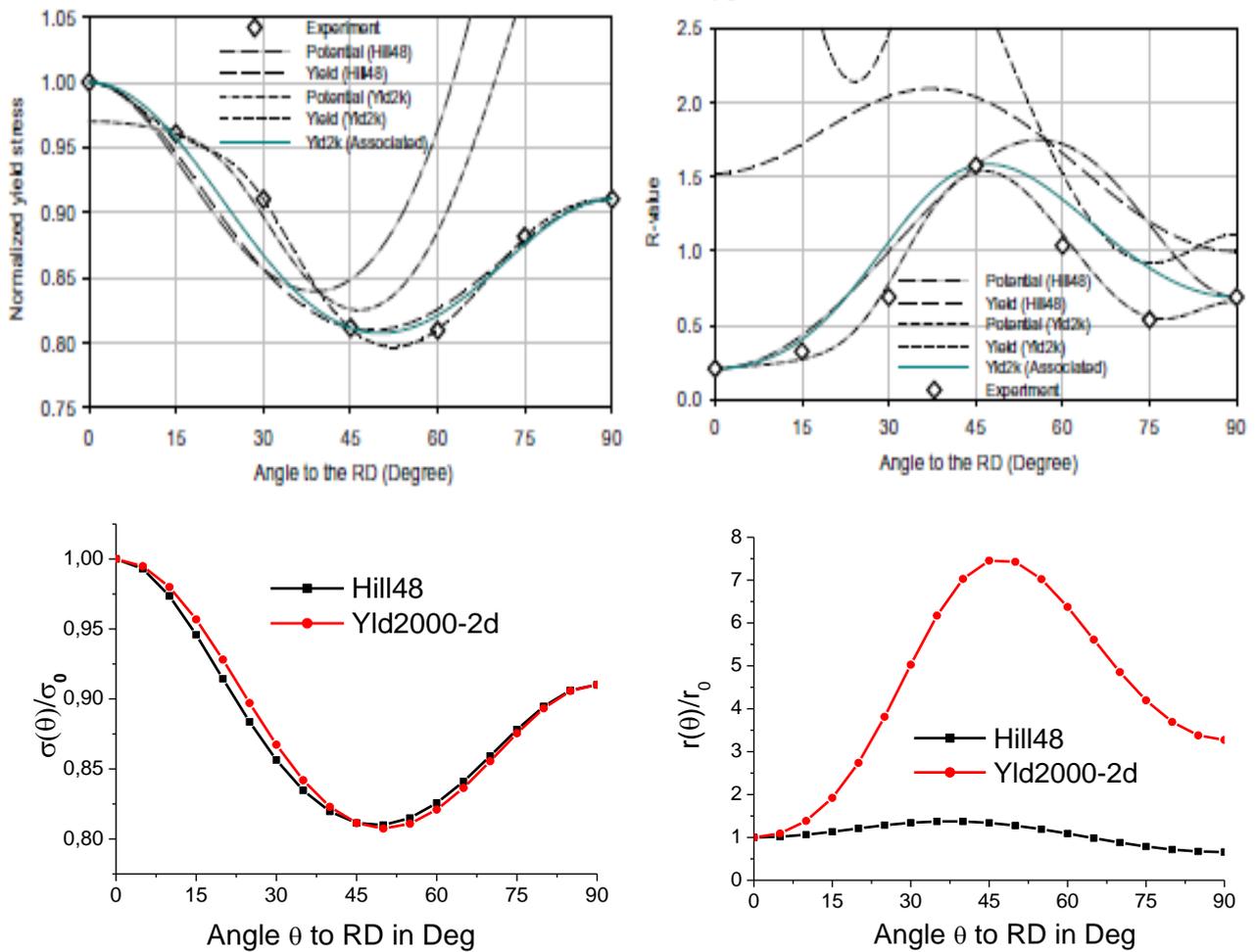
DEMARCHE I

L'identification des paramètres d'anisotropie nécessaires pour la prévision du comportement plastique anisotrope de la tôle étudiée sont présentés dans le **Tableau 4**.

**Tableau 4.** Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature

		Hill48	F		G	H		N	
<b>Tôle 2</b>			0.6035		0.3965	0.6035		2.538	
AA2090-T3	<b>YLD2000-2d K=8</b>	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
		0.4878	1.7373	0.7539	1.0235	1.0362	0.9037	1.2314	1.4849

**Tôle 2:** tôle d'Aluminium de type 'AA2090-T3



**Fig.I.2.** Comparaison avec la les propriétés mécaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvées dans la bibliographie et nos modèles sur les tôles d'Aluminium de nuance AA2090-T3

### I.1.3. Comparaison avec travail présenté par Jeong-Whan Yoon.

La tôle suivante est caractérisée par *Jeong-Whan Yoon* [3], sur les tôles d'Aluminium de nuance : Al-5 wt.% Mg, d'une épaisseur de 1 mm, sollicités uni-axialement suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage comme indiqué dans le **Tableau 5** suivant.

**Tableau 5** : Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équibi-axiale de la tôle étudiée

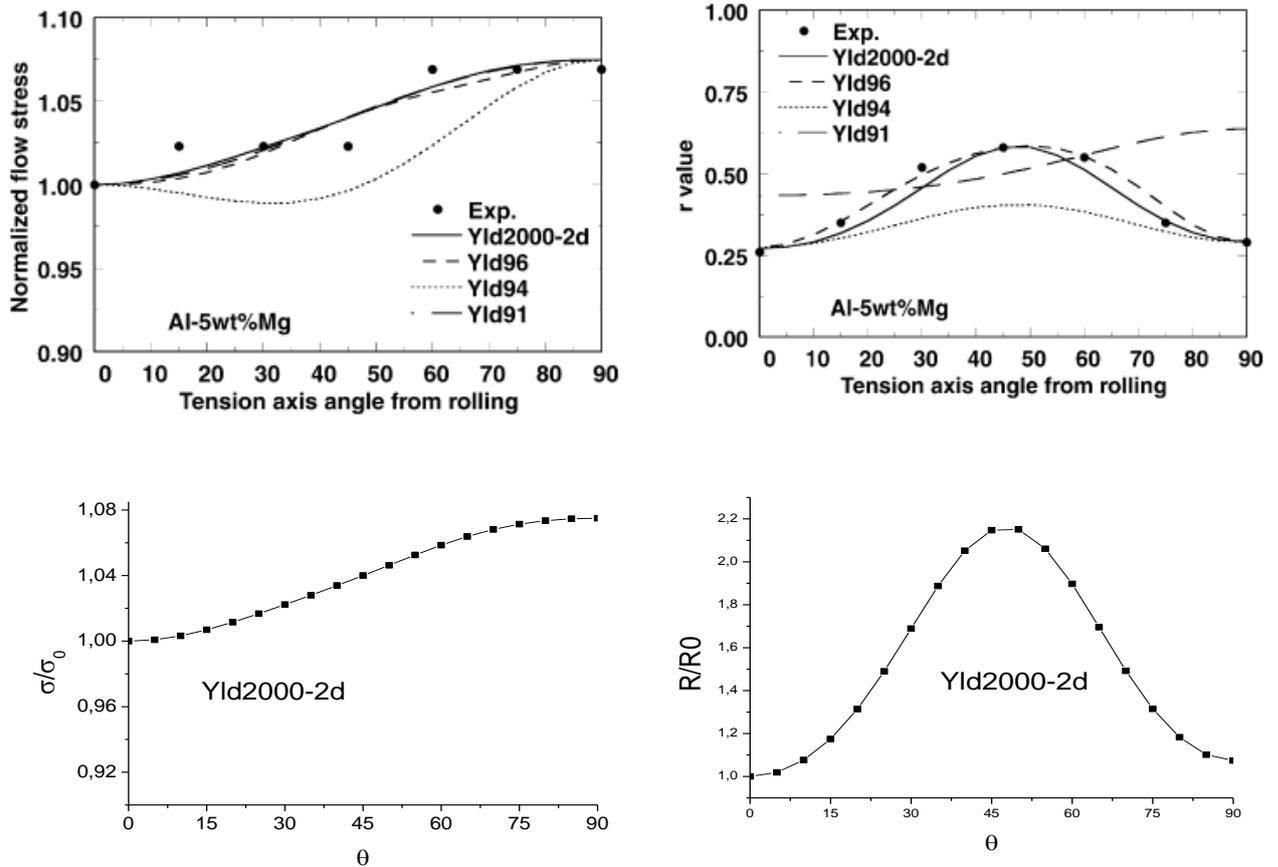
Contrainte $\sigma / \sigma_0$	$\sigma_0 / \sigma_0$	$\sigma_{45} / \sigma_0$	$\sigma_{90} / \sigma_0$	$\sigma_b / \sigma_0$
	1	1.040	1.075	0.95
<b>r</b>	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$r_b$
	0.27	0.58	0.29	-

L'identification est présentée dans le **Tableau 6**.

**Tableau 6**. Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature .

		Hill48		F		G		H		N	
<b>Tôle 3</b> Al-5 wt.% Mg		0.733		0.787		1.2125		1.642			
	<b>YLD2000-2d K=8</b>	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$		
		0.9590	0.8056	1.1074	1.0097	1.0588	1.0693	0.9377	0.9108		

**Tôle 3 :** tôle d'Aluminium de type Al-5 wt.% Mg



**Fig. I.3 .** Comparaison avec la les proprietes mecaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvees dans la bibliographie et nos modeles sur des tôle d'Aluminium de type Al-5 wt.% Mg

**I.4. Comparaison avec travail présenté par Philip Raoul Peters**

La tôle suivante est caractérisée par *Philip Raoul Peters* [4], sur les tôles d'acier de de nuance : Al-DC05 de norme allemande DIN EN10152, d'une épaisseur de 1 mm, cet acier est principalement utilisé dans l'industrie automobile de composition chimique :

C	P	S	Mn
0.06	0.025	0.025	0.35

Cette tôle est aussi sollicitée uniaxialement suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage comme indiquer dans le **Tableau7**.suivant.

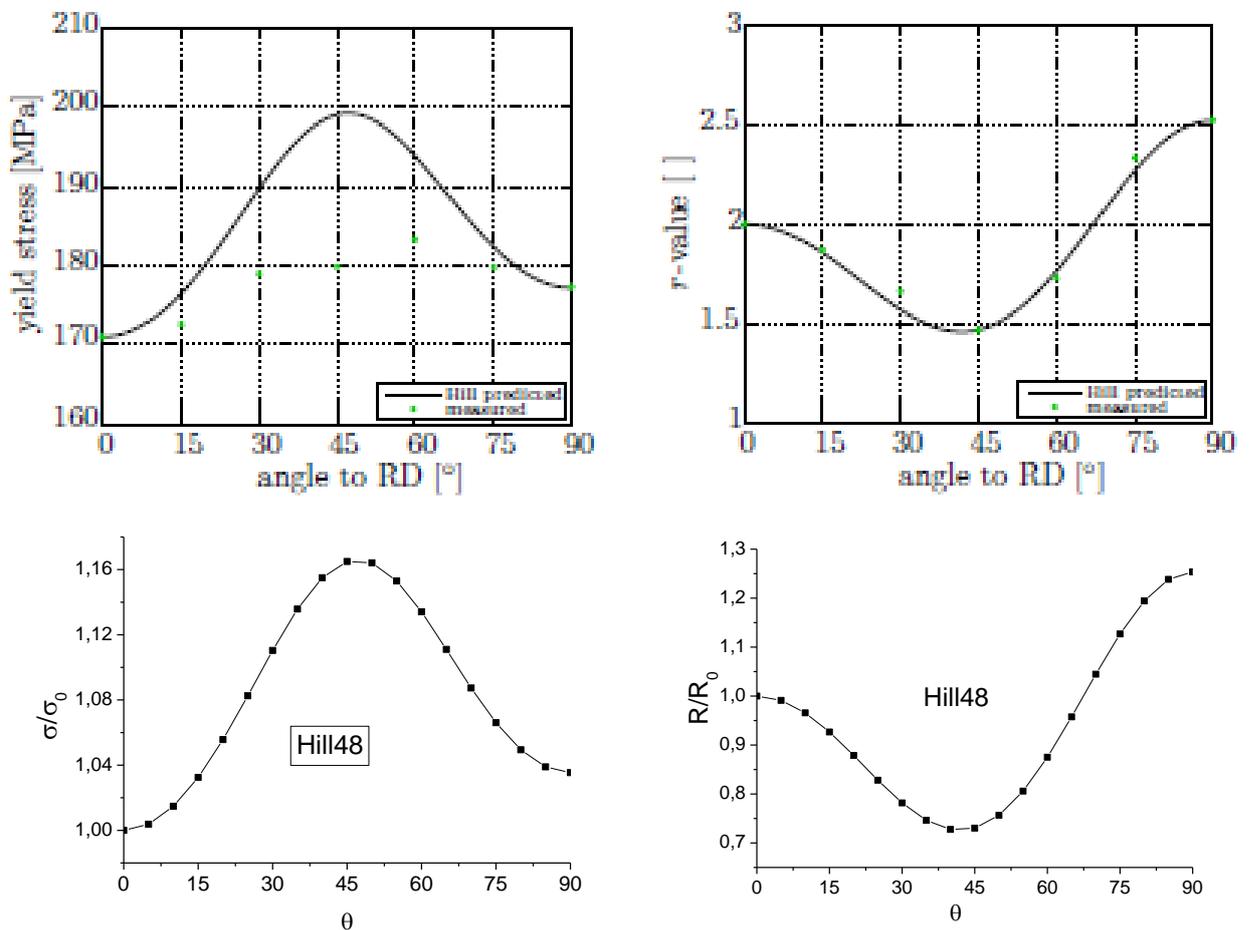
**Tableau 7 :** Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équi-bi-axiale sur la tôle de nuance Al-DC05.

Contrainte $\sigma / \sigma_0$	$\sigma_0$	$\sigma_{45}$	$\sigma_{90}$	$\sigma_b$
	171	179.9	177.3	195
<b>r</b>	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$r_b$
	2.00	1.47	2.52	0.975

**Tableau 8.** Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature .

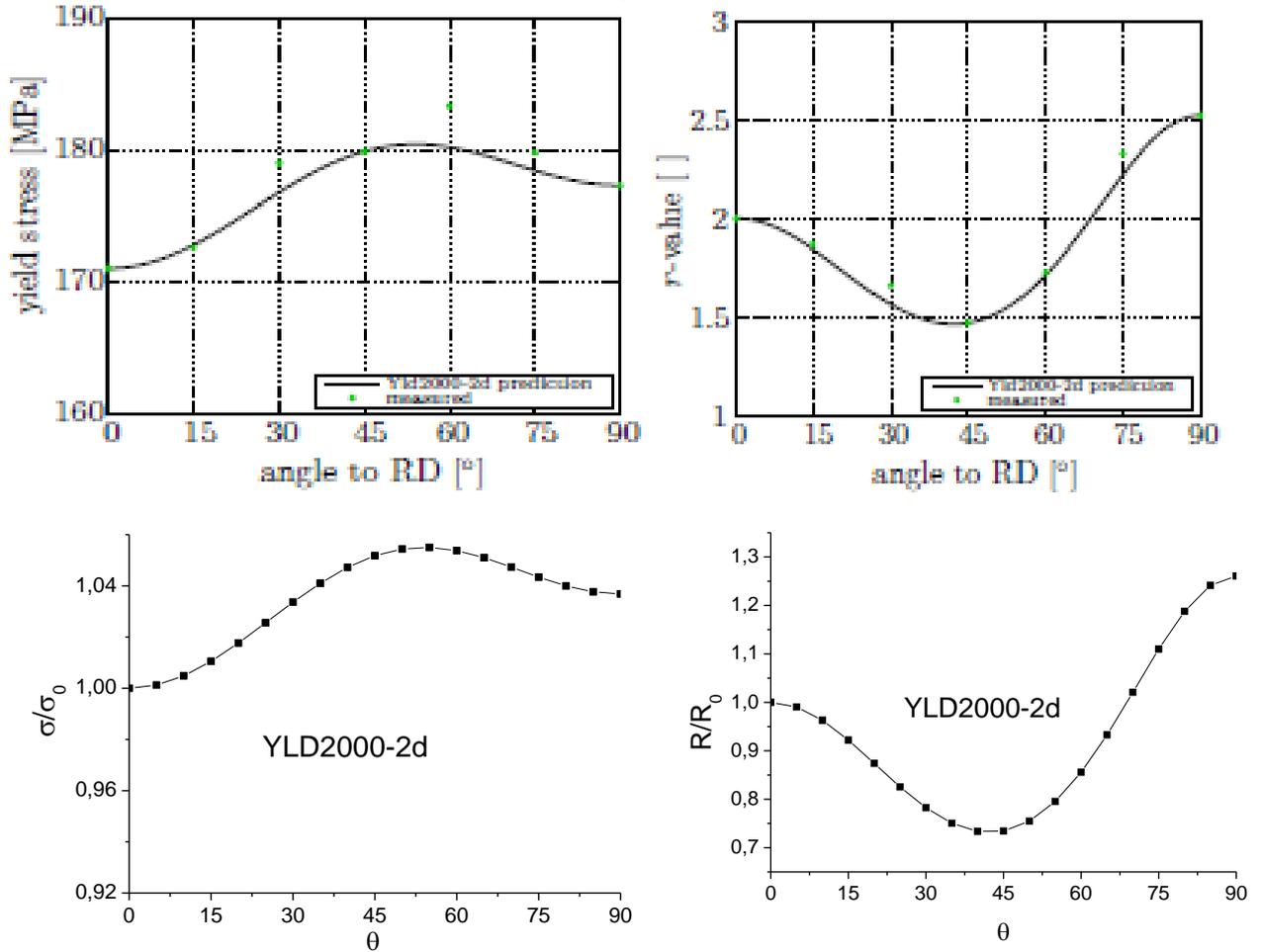
Hill48		F	G	H	N				
		2.01	2.52	5.05	8.92				
Tôle 4 DC05	YLD2000- 2d	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
	<b>K=6</b>	1.084	0.982	0.846	0.881	0.908	0.836	0.972	0.975

**Tôle 4 :** tôle d'Acier de type DC05 avec Hill48



**Fig.I.4 .** Comparaison avec la les proprietes mecaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvees dans la bibliographie et nos modeles sur tôle d'Acier de type DC05 avec Hill48

**Tôle 4 :** tôle d'Acier de type DC05 avec YLD2000-2d



**Fig.I.5 .** Comparaison avec la les proprietes mecaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvees dans la bibliographie et nos modeles sur tôle d'Acier de type DC05 avec barlat yld2000-2d

**I.5. Comparaison avec L'étude est faite par Daeyong kim.**

Une autre tôle d'acier merite bien d'être aussi l'objet de caracterisation par nos modeles. L'étude est faite par *Daeyong kim* [5], sur les tôles d'acier biphasé, d'une épaisseur de 1.2 mm

Cette tôle est aussi sollicitée uniaxialement suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage comme indiquer dans le **Tableau.9** suivant.

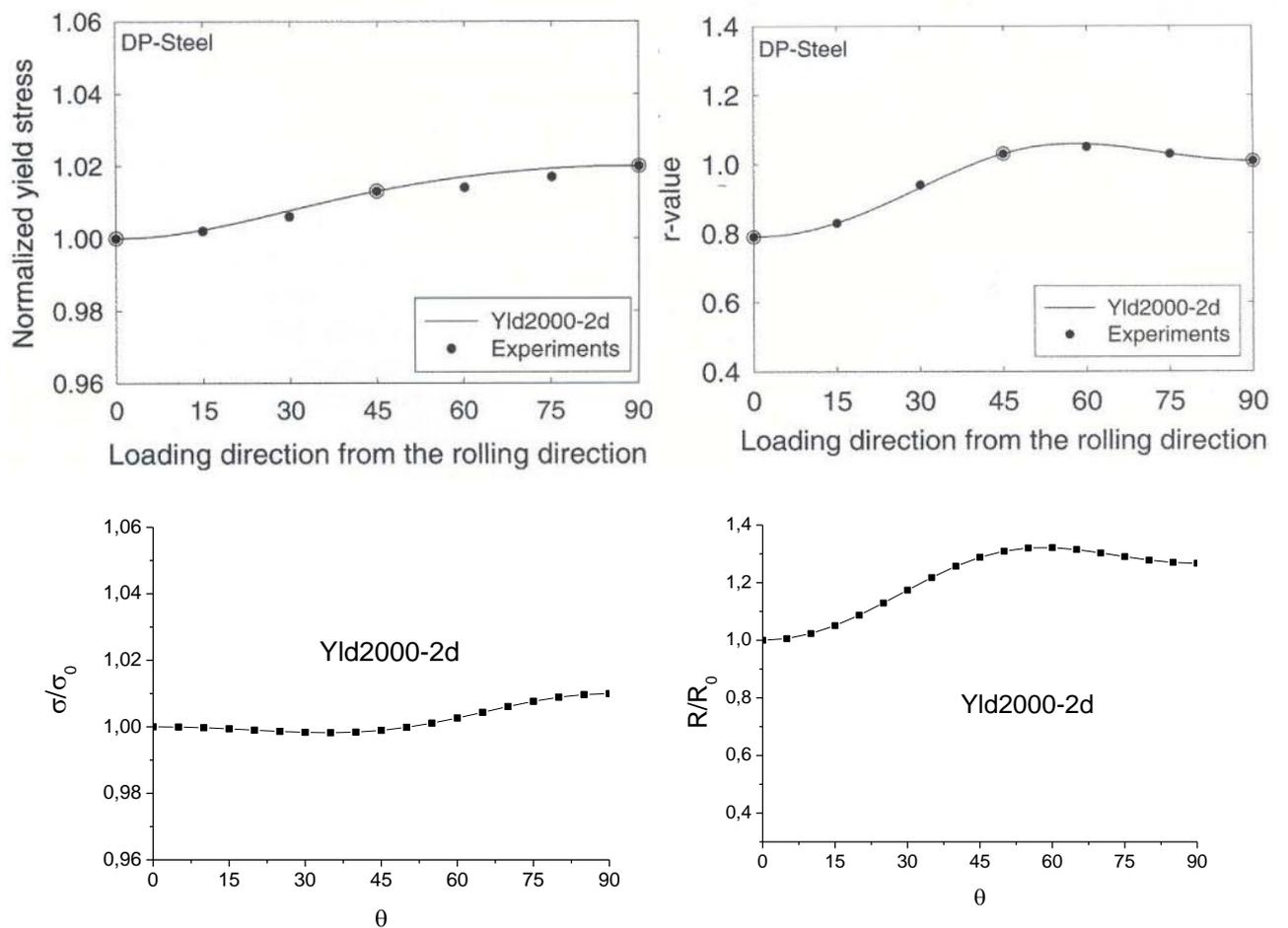
**Tableau.9** Les paramètres mécanique pour traction uni-axiale et équi-bi-axiale sur la tôle d'Acier biphasé .

Contrainte $\sigma$ (MPa)	$\sigma_0$	$\sigma_{45}$	$\sigma_{90}$	$\sigma_b$
	339.6	339.1	570.9	344.35
<b>r</b>	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$r_b$
	0.763	0.981	0.968	1

**Tableau 10.** Paramètres d'anisotropie des deux critères (Hill 48 et Yld2000-2d) trouvés dans la littérature

	Hill48	F		G		H		N	
			0.447		0.567		0.432		1.64
Tôle 5	YLD2000-2d	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
	K=6	1.084	0.982	0.846	0.881	0.908	0.836	0.972	0.975

**Tôle 5 :** tôle d'Acier biphasé, avec YLD2000-2d



**Fig. I.6 .** Comparaison avec la les propriétés mécaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$  trouvées dans la bibliographie et nos modèles sur tôle d'Acier biphasé.

## Démarche2 :

Nous procéderons à une modélisation analytique d'une tôle supposée complètement homogène caractérisée par différentes logiques de sollicitation c'est-à-dire on change la géométrie de l'éprouvette à caractériser et on enregistre la réponse mécanique correspondante en termes des propriétés mécaniques connues telle que le coefficient d'anisotropie et la contrainte d'écoulement. Les quatre géométries utilisées dans cette contribution sont :

- 1- **Traction uni-axiale**, là où on suppose que l'éprouvette utilisée est plus longue que large.
- 2- **Traction orthogonale**, là où on suppose que l'éprouvette utilisée est plus large que longue.
- 3- **Traction plane**, la déformation est interdite dans le sens transverse de l'éprouvette.
- 4- **Traction équibi-axiale**, l'égalité entre les contraintes de sollicitation axiale et transverse est imposée.

### II.1.Traction uni-axiale

Généralement, la caractérisation mécanique d'une tôle passe par un essai de traction uniaxiale, dans lequel la seule composante non nulle du tenseur des contraintes est  $\sigma_{xx} = \sigma$  dans le repère de l'éprouvette ( $x, y, z$ ). Ceci est vrai lorsque la longueur de l'éprouvette est très grande devant sa largeur



**Fig.II.1.** Eprouvette de traction uni axiale.

L'effet des têtes est alors négligé mais une vitesse de cisaillement  $\dot{\epsilon}_{xy}$  est généralement observée dans son plan. Dans ce cas, les deux tenseurs de contraintes et de vitesse de déformations s'expriment par :

$$\sigma_E = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{\epsilon}_E = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{xy} & 0 \\ \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix}$$

L'anisotropie plastique des tôles est généralement caractérisée par le coefficient de Lankford  $R(\theta)$  au moyen d'essais de traction uniaxiale effectués dans le plan de laminage suivant diverses directions faisant un angle  $\theta$  par rapport à la direction du laminage.

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}} = \frac{H \cos^2 2\theta - (F + G - 2N) \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta}$$

## II.2. Traction orthogonale

On peut aussi considérer un essai de traction orthogonal (cas extrême), en supposant les cisaillements  $\dot{\epsilon}_{xy}$  nuls. Cette hypothèse est réaliste dans le cas d'une éprouvette de largeur très grande par rapport à sa longueur. Alors, le matériau développera une contrainte de cisaillement (cission)  $\sigma_{xy}$  non nulle et les tenseurs de contraintes et de déformations s'écriront :

$$\sigma_E = \begin{bmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{\epsilon}_E = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix}$$

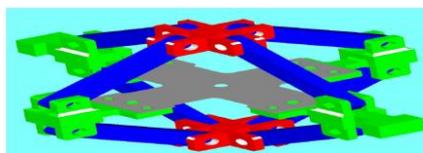
$\sigma(\theta)$

$$= \frac{\sigma_0}{\left( F(\sin^2 \theta - \xi \sin 2\theta)^2 + G(\cos^2 \theta + \xi \sin 2\theta)^2 + H(\cos 2\theta + 2\xi \sin 2\theta)^2 + \frac{N}{2}(-\sin 2\theta + 2\xi \cos 2\theta)^2 \right)^{1/2}}$$

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}} = - \frac{2F(\sigma_x \sin^2 \theta - \tau \sin 2\theta) \cos^2 \theta + 2G(\sigma_x \cos^2 \theta + \tau \sin 2\theta) \sin^2 \theta}{2F(\sigma_x \sin^2 \theta - \tau \sin 2\theta) + 2G(\sigma_x \cos^2 \theta + \tau \sin 2\theta)} + \frac{-2H(\sigma_x \cos 2\theta + 2\tau \sin 2\theta) \cos 2\theta + N(-\sigma_x \sin 2\theta + 2\tau \cos 2\theta) \sin 2\theta}{2F(\sigma_x \sin^2 \theta - \tau \sin 2\theta) + 2G(\sigma_x \cos^2 \theta + \tau \sin 2\theta)}$$

## II.3. Traction équibi-axiale

La traction équibi-axiale est l'un des modes de déformation qui apparaît lors des opérations d'emboutissage. La traction équibi-axiale consiste à étirer un échantillon simultanément dans deux directions perpendiculaires avec la même valeur d'extension, la troisième direction étant libre. En général, on utilise une membrane sur laquelle on applique le même effort (F) sur chacun de côtés dans les deux directions.



**Fig.II.2.** Machine de traction bi-axiale

On peut aussi considérer un essai de traction équibiaxiale, en supposant les contraintes  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma$  et les tenseurs de contraintes et de déformations s'écrivent :

$$\sigma_E = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \varepsilon_E = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon} & 0 \\ 0 & 0 & -2\dot{\varepsilon} \end{bmatrix}$$

**Pour l'essai de traction équibi-axiale :**

La contrainte d'écoulement  $\sigma(\theta)$  s'écrit :

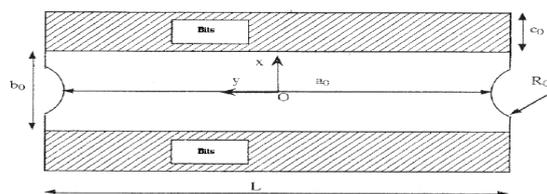
$$\sigma(\theta)_b = \sqrt{\frac{1+r(\theta)}{2}} \sigma_0$$

En associant la loi d'écoulement à ce critère on aura alors :

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \dot{\varepsilon}_{yy} = 2\dot{\lambda}[F(\sigma \sin^2\theta) + G(\sigma \cos^2\theta)] = 2\dot{\lambda}(F + G)$$

**II.4. Traction plane**

La traction plane est un essai mécanique effectué sur une éprouvette large, ou sa largeur vaut entre 5 à 6 fois sa longueur. Les dimensions de l'éprouvette sont les suivantes :  $a_0 = 285 \text{ mm}$ ;  $b_0 = 50 \text{ mm}$ ;  $c_0 = 30 \text{ mm}$ ;  $L = 295 \text{ mm}$ ;  $R_0 = 25 \text{ mm}$



**Fig.II.3:** Eprouvette large de traction plane

L'éprouvette est relativement large, ce qui suppose en première approximation que  $\dot{\varepsilon}_{xx} = 0$

$$\sigma_E = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}_E = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{zz} \end{bmatrix}$$

DEMARCHE II

On pose  $K = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$  et à partir de ces expressions  $\dot{\epsilon}_{yy} = 0$  on trouve :

$$\dot{\epsilon}_{yy} = \dot{\lambda} \left[ 2F \left( \sin^2 \theta + \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cos^2 \theta \right) \cos^2 \theta + 2G \left( \cos^2 \theta + \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sin^2 \theta \right) \sin^2 \theta - 2H \left( \cos 2\theta - \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cos 2\theta \right) \cos 2\theta + N \left( -\sin 2\theta + \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sin 2\theta \right) \sin 2\theta \right] = 0$$

$$K = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{H + (2N - 4H - F - G) \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(F + H) \cos^4 \theta + (G + H) \sin^4 \theta + 2(N - H) \sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

$$\sigma_y = K \sigma_x = K \sigma(\theta) = \frac{H + (2N - 4H - F - G) \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(F + H) \cos^4 \theta + (G + H) \sin^4 \theta + 2(N - H) \sin^2 \theta \cos^2 \theta} \sigma(\theta)$$

$$\text{Si } \begin{cases} \theta = 0: & K = \frac{H}{H + F} \\ \theta = 90: & K = \frac{H}{H + G} \\ \theta = 45: & K = \frac{2N - G - F}{2N + G + F} \end{cases}$$

Avec :

$$\sigma_0^2 = F(\sigma \sin^2 \theta + \sigma K \cos^2 \theta)^2 + G(\sigma \cos^2 \theta + \sigma K \sin^2 \theta)^2 + (1 - K)^2 \sigma^2 (H \cos^2 2\theta - \frac{N}{2} \sin^2 2\theta)^2$$

Donc la contrainte d'écoulement :

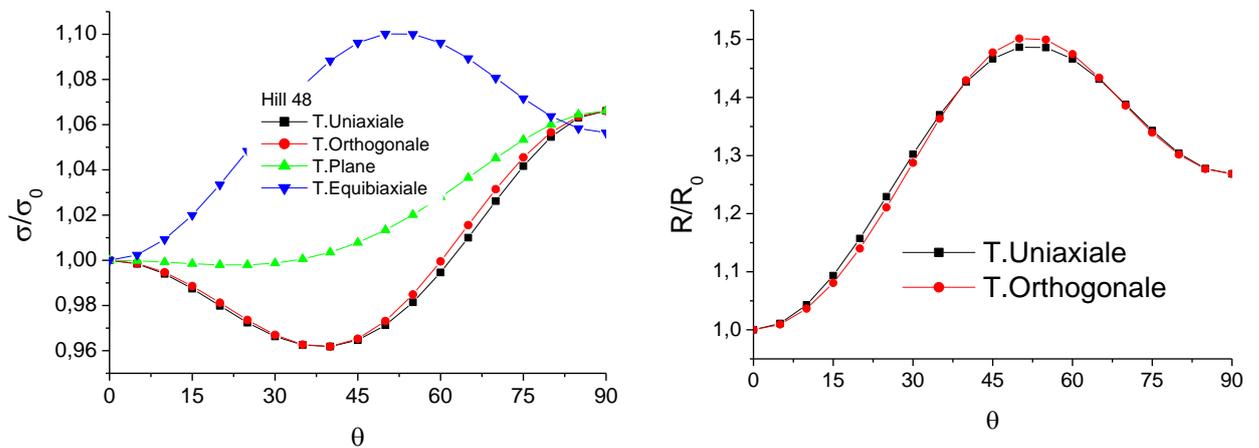
$$\sigma(\theta)_{\text{plan}} = \frac{\sigma_0 \sqrt{2}}{\sqrt{[H(1-k)^2 + Fk^2 + G] \cos^4 \theta + [H(1-k)^2 + Gk^2 + F] \sin^4 \theta + 2[N(1-k)^2 + (G+F)k - H(1-k)^2] \cos^2 \theta \sin^2 \theta}}$$

**APPLICATION**

Les paramètres d'anisotropie ont été choisis de manière à ce que  $R(\theta)$  de chacune des couches soit toujours positif.

Tôle 5 acier DP	Paramètres d'anisotropie			
	F	G	H	N
	0.447	0.567	0.432	1.64

**Tôle 5 :** tôle d'Acier de type DP , avec HILL1948



**Fig. II.4.**Influence de la géométrie de l'éprouvette sur les propriétés mécaniques  $\sigma(\theta)$  et  $r(\theta)$ .

On voit bien sur cette dernière figure (II.4) que les trois premières géométries proposées donnent des allures plus ou moins cohérentes par contre on enregistre une singularité sur la réponse de celle équibiaxiale sur le comportement de la contrainte d'écoulement.

Donc de ce constat on peut écarter l'essai de caractérisation équibiaxiale à fin de prévoir le comportement plastique anisotrope réparti dans le plan de la tôle.

## Conclusion générale

Le travail qu'on a mené durant cette contribution est focalisé sur l'étude d'anisotropie plastique constatée sur les produits plats (les tôles laminées) qui provoque sur le plan industriel des énormes problèmes d'ordre technologiques telle que : la déchirure de la tôle pendant les opérations ultérieures comme l'emboutissage.

Dans un premier temps et dans le but de comparer nos développements mathématiques des deux fonctions plastiques de **Hill48** et **Yld 2000-2d** et surtout nous voulons validés nos calculs de cette dernière car elle est non linéaire d'ordre 8 pour les structures CFC et d'ordre 6 pour les matériaux cubiques centres.

Les résultats de comparaison est largement satisfaisants et d'abord on peut même juger de coïncidence parfaite avec les résultats bibliographiques.

Par la suite, une analyse classique d'une tôle homogène qui a permis de montrer que les résultats peuvent être sensiblement différents suivant que l'essai de *traction est uniaxial* (hypothèse communément admise) ou *orthogonal* (cisaillement interdit dans le plan de la tôle) ou cas *équibiaxiale* ou les forces imposées sont identiques dans les deux sens orthogonaux et en fin une logique de traction **plane qu'est identique** au cas équibiaxiale avec une inégalité des forces imposées). Le but est de voir l'influence de ce mode sur les différentes propriétés mécaniques recherchées telle que : la contrainte d'écoulement ( $\theta$ ), le coefficient d'anisotrope  $R(\theta)$  et le tenseur de déformation  $\dot{\epsilon}(\theta)$ . Les résultats de cette simulation sont sensiblement différents.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES:

[1]: Fahrettin Ozturk, Serkan Toros, Suleyman Kilic “Effects of anisotropic yield functions on prediction of forming limit diagrams of DP600 advanced high strength steel” 11th International Conference on Technology of Plasticity, ICTP 2014, 19-24 October 2014, Nagoya Congress Center, Nagoya, Japan

[2]:Taejoon Park, Kwansoo Chung «Non-associated flow rule with symmetric stiffness modulus for isotropic-kinematic hardening and its application for earing in circular cup drawing » International Journal of Solids and Structures 49 (2012) 3582–3593.

[3]:Jeong-Whan Yoon, Frederic Barlat, Robert E. Dickc, Kwansoo Chung, Tae Jin Kang “Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part II: FE formulation and its implementation”

[4]: PHILIP RAOUL PETERS “Yield functions taking into account anisotropic hardening effects for an improved virtual representation of deep drawing processes” A thesis submitted to submitted to attain the degree of doctor of science of ETH ZURICH. 2015

[5]: Daeyong kim, “Measurements of anisotropic yielding, Bauschinger and transient Behavior of automotive Dual-Phase Steel Sheet”. Metals and Materials International, vol9, No. 6 (2003) pp561-570.